

Муниципальное казенное общеобразовательное учреждение
«Коктюбейская ООШ»

«Рассмотрено»

на заседании МО « Математика,
физика, информатика»

Протокол № 1 от 16 августа 2020г
руководитель: Ч. П. П.
Черноусова Л. П.

«Согласовано»

зам. директора по УВР
Семенова Е. Н.

Семенова Е. Н.
от 28 « 08 » 2020г

«Утверждаю»

директор МКОУ

«Коктюбейская ООШ»
Старчак А. В.

от 28 « 08 » 2020г



РАБОЧАЯ ПРОГРАММА
КУРСА ВНЕУРОЧНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ
«Эрудит»

Составил: Вяхова Н. Н.
учитель математики
первой категории

Пояснительная записка

Рабочая программа по внеурочной деятельности по математике 9 класса «Эрудит» разработана на основе учебного плана гимназии на 2020-2021 учебный год, на основе требований к результатам освоения основной образовательной программы общего образования, программы формирования универсальных учебных действий (ФГОС НОО п.19.5) и Письма министерства образования и науки РФ от 12 мая 2011г. № 03-296 «Об организации внеурочной деятельности при введении федерального государственного образовательного стандарта общего образования», на основе кодификатора требований к уровню подготовки обучающихся для проведения основного государственного экзамена по МАТЕМАТИКЕ 2021 г.

В каждом классе имеются учащиеся, которые хотели бы узнать больше того, что они обычно получают на уроке. Одних учеников интересуют исторические факты, связанные с происхождением и развитием отдельных математических понятий, других – прикладные вопросы математики, использование математических приёмов в технике и на производстве.

Одна из целей обучения математике - научить учащихся решать задачи. Одно из средств повышения эффективности обучения математике - систематическое и целенаправленное формирование умений решать задачи. Решение задач выступает и как цель и как средство обучения. Умение решать задачи является одним из основных критериев уровня математического развития обучающихся. В ходе работы над задачами формируется творческое мышление. Текстовые алгебраические задачи, иначе, задачи на составление уравнений, представляют собой раздел математики, традиционно предлагаемый на вступительных экзаменах в вузах, в централизованном тестировании, в контрольных измерительных материалах ЕГЭ.

Школьникам и абитуриентам разных вузов приходится распутывать замысловатые условия задач о встречах пешеходов и велосипедистов, автобусов и поездов; о еремешивании растворов спирта и кислоты, о сплавах меди, олова и цинка; о наполнении бассейнов; о нахождении процентного прироста и вычисления «сложных» процентов и т.д. Интерес к текстовым задачам вполне понятен. Решение таких задач связано с развитием логического мышления, сообразительности, наблюдательности, а часто и непростыми преобразованиями, возникающими при решении полученных систем уравнений и неравенств. Текстовые задачи вызывают трудности, как у школьников, так и у абитуриентов. Это происходит от недостаточного внимания, уделяемого такого рода задачам в школьном курсе математики. Данный курс - это попытка восполнить этот пробел.

При изучении курса внеурочной деятельности «Эрудит» в основной школе обеспечивается достижение личностных, метапредметных и предметных результатов.

Личностные результаты:

- способность к эмоциональному восприятию математических объектов, рассуждений, решений задач, рассматриваемых проблем;

- умение строить речевые конструкции (устные и письменные) с использованием изученной терминологии и символики, понимать смысл поставленной задачи. Осуществлять перевод с естественного языка на математический и наоборот.

- *Метапредметные результаты*

- умение планировать свою деятельность при решении учебных математических задач, видеть различные стратегии решения задач, осознанно выбирать способ решения;
- умение работать с учебным математическим текстом (находить ответы на поставленные вопросы, выделять смысловые фрагменты);
- умение проводить несложные доказательные рассуждения, опираясь на изученные определения, свойства, признаки; распознавать верные и неверные утверждения; иллюстрировать примерами изученные понятия и факты; опровергать с помощью контрпримеров неверные утверждения;
- умение действовать в соответствии с предложенным алгоритмом, составлять несложные алгоритмы вычислений и построений;
- применение приёмов самоконтроля при решении учебных задач;
- умение видеть математическую задачу в несложных практических ситуациях.

- *Предметные результаты*

- владение базовым понятийным аппаратом по основным разделам содержания;
- владение навыками вычислений с натуральными числами, обыкновенными и десятичными дробями, положительными и отрицательными числами;
- умение решать текстовые задачи арифметическим способом, используя различные стратегии и способы рассуждения;
- умение проводить несложные практические расчёты (включающие вычисления с процентами, выполнение необходимых измерений, использование прикидки и оценки);
- вычислительные навыки: умение применять вычислительные навыки при решении практических задач, бытовых, кулинарных и других расчетах
- геометрические навыки: умение рассчитать площадь, периметр при решении практических задач на составление сметы на ремонт помещений, задачи связанные с дизайном.
- анализировать и осмысливать текст задачи; моделировать условие с помощью схем, рисунков; строить логическую цепочку рассуждений; критически оценивать полученный ответ;
- извлекать необходимую информацию из текста, осуществлять самоконтроль
- извлекать информацию из таблиц и диаграмм, выполнять вычисления по табличным данным
- строить речевые конструкции;

Цель курса: Формирование математической культуры решения задач

Задачи:

- 1) Углубление и расширение знаний, полученных на уроках.

2) Умение применять полученные знания для решения практических задач.

3) Формирование навыков анализа связей между величинами.

4) Подготовка к обучению на профильном уровне.

Программа рассчитана на один год.

Режим работы: 1 раз в неделю по 1 часа (40 минут). Всего 35 часов.

Данный курс позволяет познакомить учащихся с новыми методами решения

заполнить багаж своих знаний новыми идеями, а главное, решить интересные задачи.

Сложность излагаемого материала нарастает постепенно. Это позволяет привлечь сравнительно большое число учащихся, не всегда ориентированных на математику.

Целевое назначение программы

вызвать интерес учащихся к предмету;

- укрепление математических знаний учащихся, полученных ими на уроке;

расширение математического кругозора детей;

развитие творческих способностей учащихся;

привитие навыков самостоятельной работы и тем самым повышение качества математической подготовки учащихся.

Курс состоит из пяти частей:

«Решения практико-ориентированных задач» - 8 часов

«Задачи на движение» - 9 часов

«Задачи на проценты» - 7 часов

«Задачи на смеси и сплавы» - 6 часа

«Задачи на работу, целые числа, прогрессии» - 5 часов

Изучение материала предполагается построить в виде лекций, практических занятий,

семинаров. На занятиях предполагается активный диалог с учащимися.

Школьники, изучившие данный материал, смогут применить его при решении конкурсных,

прикладных задач, а также использовать в повседневной жизни в практических целях.

Форма итогового контроля в конце каждой части курса - зачёт.

По окончании курса учащийся защищает проект, реферат.

В результате учащиеся должны овладеть следующими умениями и навыками:

1) Решения текстовых задач на сплавы и смеси; на проценты и вычисление процентного

прироста с использованием формулы «сложных» процентов; на движение, совместную работу, числа;

2) Овладение навыками и умениями для решения нестандартных задач;

3) Приобрести навыки рассуждения, наблюдательности, умения проводить аналогии, обобщать, обосновывать, анализировать, делать выводы.

Содержание программы

Часть I (8 часа) Решения практико-ориентированных задач.

1. Введение. Структура практико-ориентированных задач. Приёмы решения практико-ориентированных задач.

2. Задачи о дачном участке.

3. Задачи о мобильном интернете и тарифе.
4. Задачи о теплице.
5. Задачи про форматы листов.
6. Задачи про шины.
7. Задачи о земледелии в горных районах.

Часть 2 (9 часа) Задачи на движения.

1. Введение. Основные понятия, необходимые для решения задач: скорость, расстояние, скорость сближения, удаления. Решение задач на встречное движение, с отставанием, вдогонку, в противоположные стороны.

2. Одновременное и разновременное начало противоположно направленных движений и движений в одном направлении.

3. Движение тел по течению и против течения реки. Движение по окружности.

4. Решение сложных задач на движение.

5. Решение задач. Итоговый контроль.

Часть 3 (7 часа) Задачи на проценты.

1. Введение. Основные понятия, необходимые для решения задач: понятие процента, нахождение процента от числа, числа по его проценту, составление процентного отношения.

2. Процентные вычисления в жизненных ситуациях. Банковские операции. Основная формула процентов.

3. Простые и сложные проценты. Средний процент изменения величины. Общий процент изменения величины. Решение типовых задач на проценты.

4. Решение сложных задач на проценты.

5. Решение задач. Итоговый контроль.

Часть 4 (6 часа) Задачи на смеси и сплавы.

Введение. Основные понятия, необходимые для решения задач: массовая (объемная) концентрация вещества, процентное содержание вещества. Решение задач, связанные с определением массовой (объемной) концентрации вещества.

Решение задач, связанных с определением процентного содержания вещества

Решение сложных задач на смеси и сплавы

Решение задач. Итоговый контроль

Часть 5 (5 часов). Задачи на работу, числа, прогрессии.

Задачи на работу и производительность

2. Прогрессии. Понятия арифметической и геометрической прогрессии. Формулы n -го члена и формулы для нахождения суммы геометрической и арифметической прогрессий. Задачи на арифметическую и геометрическую прогрессии.

Решение задач. Итоговый контроль

Календарно - тематическое планирование.

№	Тема	Количество часов	Тип урока
1.	Решения практико-ориентированных задач.	1	Лекция-беседа.
2.	Задачи о дачном участке.	1	Урок - практикум
3.	Задачи о мобильном интернете и тарифе.	1	Комбинированный урок
4.	Задачи о теплице.	1	Урок-практикум,
5.	Задачи про форматы листов.	1	консультация учителя
6.	Задачи про шины.	1	Урок - практикум
7.	Задачи о земледелии в горных районах.	1	Комбинированный урок
8.	Решения практико-ориентированных задач. Итоговый контроль	1	Защита проекта
9.	Решение задач на встречное движение, с отставанием, вдогонку, в противоположные стороны.	1	Урок - практикум
10.	Одновременное и разновременное начало противоположно направленных движений и движений в одном направлении.	1	Комбинированный урок
11.	Движение тел по течению и против течения реки.	2	Урок-практикум, консультация учителя
12.	Движение по окружности	2	Комбинированный урок
13.	Решение сложных задач на движение	2	Урок-практикум, консультация учителя
14.	Решение задач. Итоговый контроль.	1	Защита проекта
15.	Решение задач на проценты	1	Лекция-беседа. Урок-практикум

16.	Процентные вычисления в жизненных ситуациях. Банковские операции. Основная формула процентов.	1	Комбинированный урок
17.	Простые и сложные проценты. Решение типовых задач на проценты.	2	Урок-практикум, консультация учителя
18.	Решение сложных задач на проценты.	2	
19.	Решение задач. Итоговый контроль.	1	Защита проекта
20.	Решение задач, связанные с определением массовой (объемной) концентрацией вещества.	1	Лекция-беседа. Урок-практикум
21.	Решение задач на «высушивание».	2	Комбинированный урок
22.	Решение сложных задач на смеси и сплавы.	2	Урок-практикум, консультация учителя
23.	Решение задач. Итоговый контроль.	1	Защита проекта
24.	Задачи на работу и производительность.	2	Лекция-беседа. Урок-практикум
25.	Задачи на арифметическую прогрессию	1	Комбинированный урок
26.	Задачи на арифметическую прогрессию.	1	Урок-практикум, консультация учителя
27.	Решение задач. Итоговый контроль	1	Защита проекта
	Итого:	35 часов	

Литература

1. Мордкович. А.Г. Алгебра 9кл. Задачник для общеобразовательных учреждений, М.:Мнемозина, 2003 г.
2. Мордкович А.Г. Алгебра 7 - 9кл. Методическое пособие для учителя, М:Мнемозина, 2001г.
3. Цыпкин А.Г., Пинский А.И. Справочник по методам решения задач по математике для средней школы, - М: Наука, 1989 г.
4. Кострикина Н.П. Задачи повышенной трудности в курсе алгебры 7 – 9 классов, М: Просвещение, 1991 г.
5. Мерзляк А. Г. Алгебра: 9 класс: учебник / А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонский, М. С. Якир ; под. ред. В. Е. Подольского. – 3-е изд., дораб. – М. : Вентана-Граф, 2019. – 318, [2] с. : ил. – (Российский учебник).

<https://www.time4math.ru/>

<https://4ege.ru/gia-matematika/58893-trenirovochnye-varianty-oge-2020-po-matematike.html>

https://oge.shkolkovo.net/catalog/tekstovye_zadachi/dvizhenie_po_pryamoj/page-2

<https://yourepetitor.ru/kak-reshat-zadachi-na-dvizhenie-na-ege-po-matematike-2019/>

<https://ege.sdangia.ru/problem?id=323856&print=true&svg=0&num=true>

<https://globuss24.ru/doc/reshebnik-zadachi-na-protsepti-9-klass>

<http://spacemath.xyz/proizvoditelnost/>

Приложение

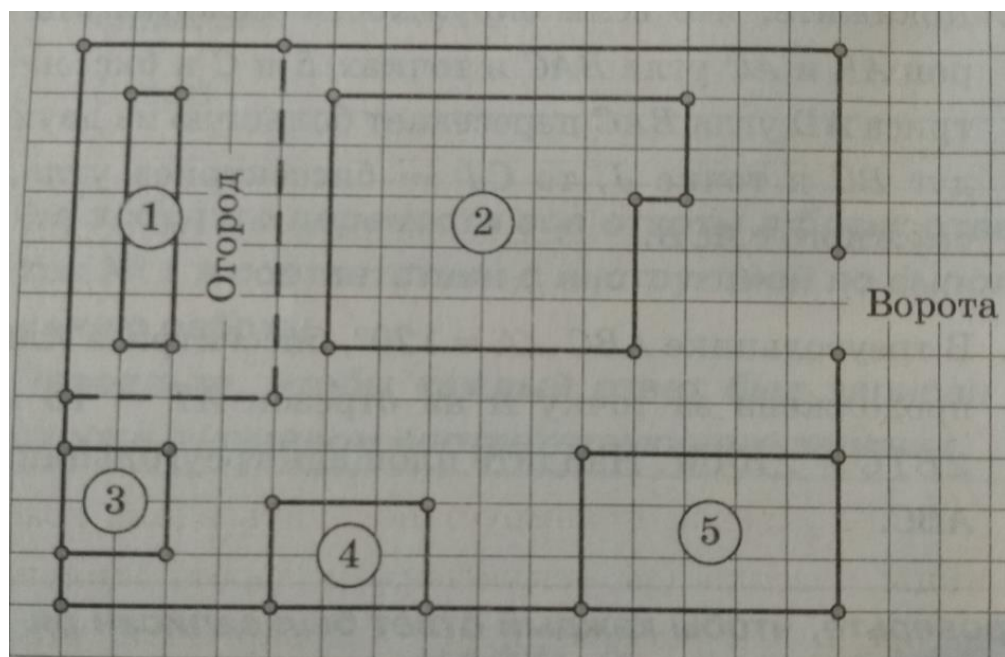
Уроки1-8.

Решения практико-ориентированных задач.

Задачи о дачном участке

Задача №1

На плане изображено домохозяйство по адресу: с. Ромашка, ул. Солнечная, д. 13 (сторона каждой клетки на плане равна 2 м). Участок имеет прямоугольную форму. Выезд и въезд осуществляются через единственные ворота. При входе на участок слева от ворот находится гараж, а за ним сарай, отмеченный на плане цифрой 4. Площадь, занятая гаражом, равна 60 кв. м. Если войти на территорию участка через ворота, жилой дом окажется по правую руку. Помимо гаража, жилого дома и сарая, на участке имеется баня и теплица, построенная на территории огорода. перед жилым домом имеются яблоневые посадки. К домохозяйству подведено электричество. Имеется магистральное газоснабжение.



1. Для объектов, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на плане. Заполните таблицу, в бланк ответов перенесите последовательность четырех цифр без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Объекты	гараж	теплица	дом	баня
Цифры				

2. Найдите площадь сарая. Ответ дайте в квадратных метрах.

3. Определите кратчайшее расстояние между баней и гаражом. Ответ дайте в метрах.

4. Найдите площадь участка, не занятую огородом и свободную от строений. Ответ дайте в квадратных метрах.

5. Хозяин участка планирует посадить вдоль границы участка (за исключением ворот) живую изгородь. Он рассматривает два варианта: шиповник и туя. Цены на саженцы и даны в таблице.

	Стоимость 1	необходимое количество саженцев на 1 метр	обслуживание изгороди в
--	-------------	---	-------------------------

	саженца	изгороди	год (полив, формирование)
Шиповник	100	6	5 000
Туя	180	3	7 000

Сколько денег потратит хозяин за первые 5 лет при выборе более экономичного варианта?

Решение:

1. Для объектов, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на плане. Заполните таблицу, в бланк ответов перенесите последовательность четырех цифр без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Читая задачу сразу выясняем, что

5 - гараж;

4 - сарай;

2 - жилой дом;

3 - баня;

1 - теплица.

Заполним таблицу:

Объекты	гараж	теплица	дом	баня
Цифры	5	1	2	3

Ответ: 5123.

2. Найдите площадь сарая. Ответ дайте в квадратных метрах.

Сарай на плане занимает 6 клеток. Т.к. сторона клетки равна 2 м, то площадь одной клетки равна 4 м^2 .

Значит, площадь сарая равна $6 \cdot 4 = 24 \text{ м}^2$.

Ответ: 24.

3. Определите кратчайшее расстояние между баней и гаражом. Ответ дайте в метрах.

Между баней и гаражом умещаются 8 клеток, т.е. расстояние между ними равно $8 \cdot 2 = 16 \text{ м}$.

Ответ: 16.

4. Найдите площадь участка, не занятую огородом и свободную от строений. Ответ дайте в квадратных метрах.

Свободных клеток на плане 80.

Переводя это число в квадратные метры получаем, что площадь незанятая огородом и строениями равна

$$80 \cdot 4 = 320 \text{ м}^2.$$

Ответ: 320.

5. Хозяин участка планирует посадить вдоль границы участка (за исключением ворот) живую изгородь. Он рассматривает два варианта: шиповник и туя. Цены на саженцы и даны в таблице.

	Стоимость 1 саженца	Необходимое количество саженцев на 1 метр изгороди	Обслуживание изгороди в год (полив, формирование)
Шиповник	100	6	5 000
Туя	180	3	7 000

Сколько денег потратит хозяин за первые 5 лет при выборе более экономичного варианта?

Найдем периметр участка (в клетках): $P = (11 + 15) \cdot 2 = 52$.

Убираем 2 клетки потому, что там, где находятся ворота, посадить ничего нельзя. Остается 50 клеток.

Т.к. длина одной клетки равна 2 м, то периметр в метрах будет равен 100.

Если на 1 метр изгороди шиповника потребуется 6 штук, то на 100 м изгороди потребуется 600 кустов шиповника.

На их приобретение и обслуживание в течение пяти лет надо будет отдать

$$600 \cdot 100 + 5\,000 \cdot 5 = 85\,000 \text{ рублей.}$$

На 1 м изгороди понадобится 3 туи, значит на 100 м = 300 туй.

Их стоимость с пятилетним обслуживанием будет равна

$$300 \cdot 180 + 7\,000 \cdot 5 = 89\,000 \text{ рублей.}$$

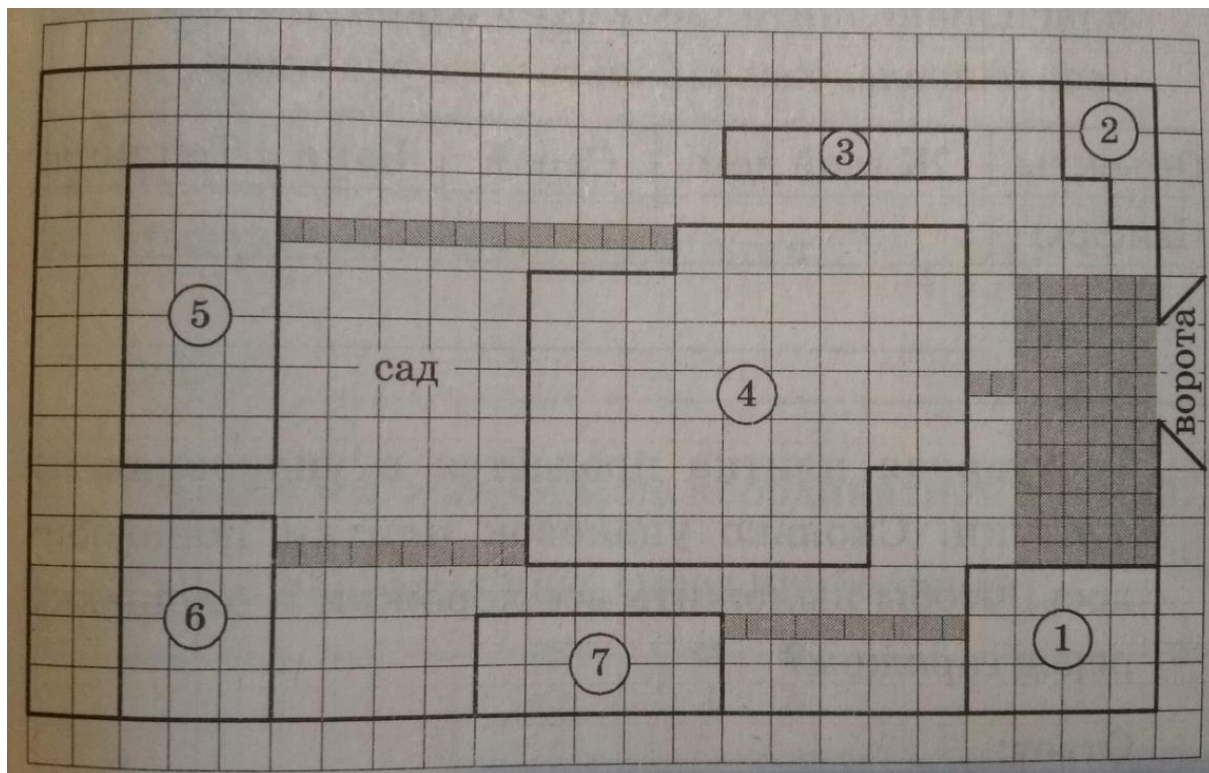
Более выгодный вариант - это приобретение шиповника.

Ответ: 85000.

Задача №2

На плане изображен дачный участок, расположенный по адресу: Клинский район, дер. Михайловка, Посадская ул., д. 34 (сторона каждой клетки на плане равна 2 м). Участок имеет прямоугольную форму. Выезд и въезд осуществляется через единственные ворота. При входе на участок справа от ворот находится сарай, а слева гараж. Площадь, занятая гаражом, равна 48 кв. м. Жилой дом находится в центре участка. Помимо гаража и жилого дома на участке имеется гостевой дом, отмеченный на плане цифрой 7, а рядом

расположена баня. Напротив бани - бассейн, отмеченный цифрой 5. Кроме того, на участке есть теплица. Позади жилого дома - сад. Все дорожки внутри участка имеют ширину 1 м и вымощены тротуарной гранитной плиткой размером 1 м x 1 м. Между баней и домом, домом и бассейном имеются дорожки, выложенные такой же гранитной плиткой. Также плиткой вымощена площадка при въезде на участок через ворота. К домохозяйству проведено электричество. Имеется магистральное газоснабжение и водопровод.



1. Для объектов, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на плане. Заполните таблицу, в бланк ответов перенесите последовательность четырех цифр без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Объекты	жилой дом	сарай	баня	теплица
Цифры				

2. Тротуарная плитка продается в упаковках по 4 штуки. Сколько упаковок плитки понадобилось, чтобы выложить все дорожки и площадку перед гаражом?

3. Найдите площадь жилого дома. Ответ дайте в квадратных метрах.

4. Найдите расстояние по прямой в метрах между ближайшими точками гостевого дома и бассейна.

5. Владелец участка планирует установить в жилом доме отопление. Он рассматривает два варианта: электрическое или газовое отопление. Цены на оборудование и стоимость его установки, данные о расходе газа, электроэнергии и их стоимости даны в таблице.

	Нагреватель	Прочее оборудование и	Сред. расход газа/сред.	Стоимость
--	--------------------	------------------------------	--------------------------------	------------------

	(котел)	монтаж	потребл. мощность	газа/электроэнергии
Газовое отопление	34 000 руб	20 880 руб	1,4 куб. м/ч	5,5 руб./куб. м
Электр. отопление	28 000 руб	18 000 руб	5,8 кВт	6,5 руб./(кВт·ч)

Обдумав оба варианта, владелец решил установить газовое оборудование. Через сколько часов непрерывной работы отопления экономия от использования газа вместо электричества компенсирует разницу в стоимости установки газового и электрического оборудования?

Решение:

1. Для объектов, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на плане. Заполните таблицу, в бланк ответов перенесите последовательность четырех цифр без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Читая задачу выясняем, что

2 - сарай;

1 - гараж;

4 - жилой дом;

7 - гостевой дом;

6 - баня;

5 - бассейн;

3 - теплица.

Заполняем таблицу:

Объекты	жилой дом	сарай	баня	теплица
Цифры	4	2	6	3

Ответ: 4263.

2. Тротуарная плитка продается в упаковках по 4 штуки. Сколько упаковок плитки понадобилось, чтобы выложить все дорожки и площадку перед гаражом?

Маленькие темные квадратики на плане - плитка. Надо посчитать сколько их всего. Их 110.

Т.к. в упаковке 4 плитки, то всего упаковок понадобится $110 : 4 = 27,5 \approx 28$.

Ответ: 28.

3. Найдите площадь жилого дома. Ответ дайте в квадратных метрах.

Жилой дом занимает на плане 56 клеток.

Площадь одной клетки 4 м^2 , т.к. ее сторона равна 2 м.

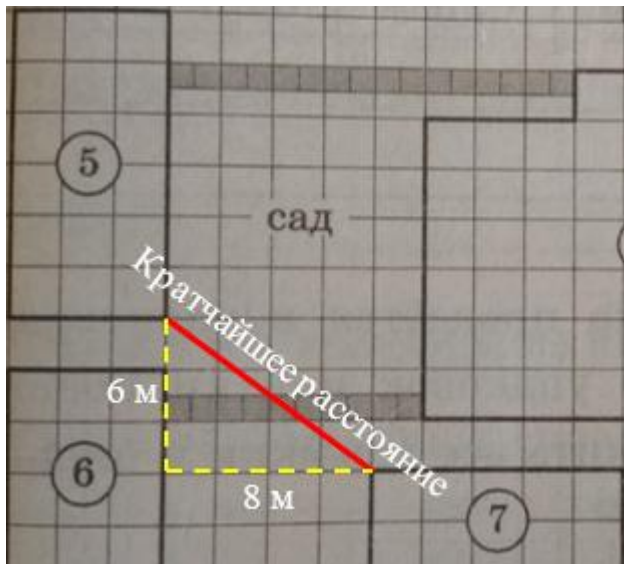
Тогда площадь дома равна $56 \cdot 4 = 224 \text{ м}^2$.

Ответ: 224.

4. Найдите расстояние по прямой в метрах между ближайшими точками гостевого дома и бассейна.

Кратчайшим расстоянием будет отрезок красного цвета. Достроим его до прямоугольного треугольника.

Катеты этого треугольника занимают 3 и 4 клетки на плане, а т.к. длина клетки равна 2 м, то длины катетов соответственно равны 6 м и 8 м.



Найдем кратчайшее расстояние L по теореме Пифагора:

$$L^2 = 6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100;$$

$$L = \sqrt{100} = 10 \text{ м.}$$

Ответ: 10.

5. Владелец участка планирует установить в жилом доме отопление. Он рассматривает два варианта: электрическое или газовое отопление. Цены на оборудование и стоимость его установки, данные о расходе газа, электроэнергии и их стоимости даны в таблице.

	Нагреватель (котел)	Прочее оборудование и монтаж	Сред. расход газа/сред. потребл. мощность	Стоимость газа/электроэнергии
--	---------------------	------------------------------	---	-------------------------------

Газовое отопление	34 000 руб	20 880 руб	1,4 куб. м/ч	5,5 руб./куб. м
Электр. отопление	28 000 руб	18 000 руб	5,8 кВт	6,5 руб./(кВт·ч)

Обдумав оба варианта, владелец решил установить газовое оборудование. Через сколько часов непрерывной работы отопления экономия от использования газа вместо электричества компенсирует разницу в стоимости установки газового и электрического оборудования?

Чтобы установить газовое отопление нужно потратить $34\,000 + 20\,880 = 54\,880$ рублей.

Для установки электрического отопления надо потратить $28\,000 + 18\,000 = 46\,000$ рублей.

Разница между стоимостью установки равна $54\,880 - 46\,000 = 8\,880$ рублей.

Ориентируясь на средний расход, посчитаем, сколько стоит час обогрева газом и электричеством.

Газ: $1,4 \cdot 5,5 = 7,7$ руб./ч

Электричество: $5,8 \cdot 6,5 = 37,7$ руб./ч

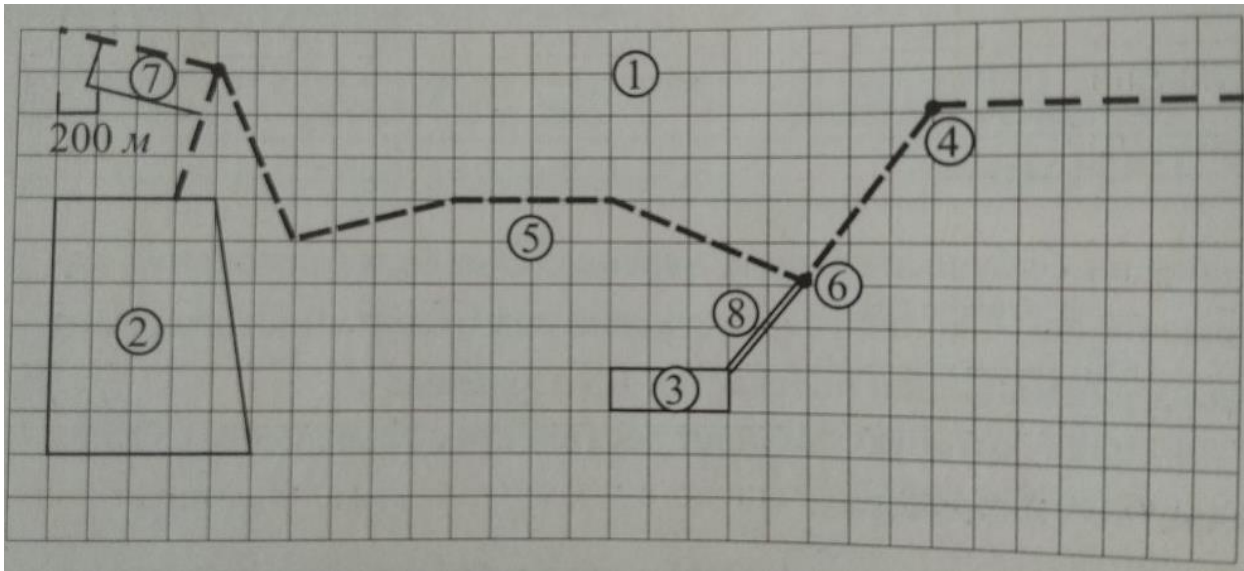
Посчитаем, сколько рублей в час хозяин будет экономить, если установит газовое оборудование: $37,7 - 7,7 = 30$ руб./ч.

Осталось посчитать через сколько часов ЭКОНОМИЯ компенсирует РАЗНОСТЬ, т.е. $8\,880 : 30 = 296$ часов.

Ответ: 296.

Задача №3

Галина с мужем и двумя детьми наметили в один из летних выходных на целый день съездить на автомобиле в соседний морской город. Они заблаговременно разработали маршрут, представленный на схеме. После посещения городского парка, обозначенного цифрой 2, в котором есть аттракционы, игровые площадки для детей, живой уголок, концертная площадка под открытым небом, семья, если позволит погода, планирует пойти на пляж, а затем прогуляться по старинной набережной (обозначенной цифрой 5), которая оканчивается морским вокзалом, обозначенным цифрой 4. Оттуда ходят прогулочные катера с экскурсиями вдоль берега. Возвращаясь после прогулки по набережной, семья полюбуется яхтами, стоящими на причале яхт-клуба, а затем поднимется по каменной лестнице (обозначенной цифрой 8) на смотровую площадку.



1. Для объектов, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на плане. Заполните таблицу, в ответе запишите последовательность четырех цифр без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Объекты	Яхт-клуб	Смотровая площадка	Море	Пляж
Цифры				

2. На улице продается квас на розлив из бочки. Большой стакан стоит 30 рублей, а маленький - 20. Папа и мама выпили по большому стакану, а дети - по маленькому стакану. Сколько рублей сдачи получит папа с 200 рублей, если он расплачивается за всех?

3. Найдите площадь, которую занимает парк. Ответ дайте в квадратных километрах.

4. Найдите расстояние (в метрах) от яхт-клуба до морского вокзала.

5. Средняя цена чека в расчете на 1 человека в кафе, куда семья Галины зашла пообедать, равна 500 рублям. Чек семьи представлен ниже.

Блюдо	Количество порций	Цена (руб. за порцию)
Салат с рыбой	1	180
Салат овощной	2	50
Салат мясной	1	180
Окрошка	2	120
Солянка	1	140
Куриная лапша	1	80

Пюре с котлетой	1	65
Плов	1	85
Спагетти с сыром	1	85
Сок	3	105
Мороженое	1	130

На сколько рублей в среднем отличается чек члена семьи Галины от среднего чека на 1 человека в кафе?

Решение:

1. Для объектов, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на плане. Заполните таблицу, в ответе запишите последовательность четырех цифр без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

После прочтения задачи ставится ясно, что

2 - парк;

7 - пляж;

5 - набережная;

4 - морской вокзал;

6 - яхт-клуб;

8 - лестница;

3 - смотровая площадка;

1 - море.

Заполним таблицу:

Объекты	Яхт-клуб	Смотровая площадка	Море	Пляж
Цифры	6	3	1	7

Ответ: 6317.

2. На улице продается квас на розлив из бочки. Большой стакан стоит 30 рублей, а маленький - 20. Папа и мама выпили по большому стакану, а дети - по маленькому стакану. Сколько рублей сдачи получит папа с 200 рублей, если он расплачивается за всех?

Думаю, что для этой задачи не нужно долгих объяснений.

$200 - 30 - 30 - 20 - 20 = 100$ рублей.

Ответ: 100.

3. Найдите площадь, которую занимает парк. Ответ дайте в квадратных километрах.

Парк имеет форму трапеции. Для нахождения площади трапеции надо полусумму оснований умножить на высоту.

Основания трапеции на плане занимают 4 и 5 клеток, высота - 6 клеток.

Т.к. сторона одной клетки равна 200 м, то основания будут равны 800 м = 0,8 км и 1000 м = 1 км, а высота равна 1 200 м = 1,2 км.

Найдем площадь в квадратных километрах:

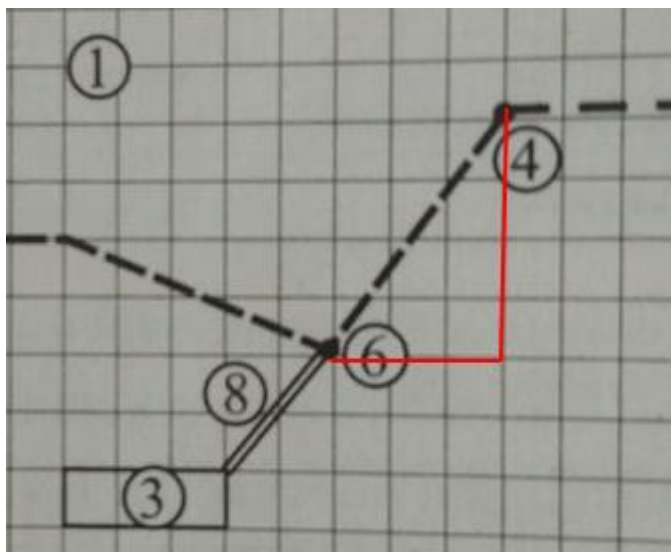
$$S_{\text{парка}} = \frac{0,8 + 1}{2} * 1,2 = 1,08 \text{ км}^2$$

Ответ: 1,08.

4. Найдите расстояние (в метрах) от яхт-клуба до морского вокзала.

Расстоянием от морского вокзала до яхт-клуба будет пунктирная линия, идущая от цифры 4 к цифре 6.

Достроим прямоугольный треугольник.



Катеты треугольника занимают 3 и 4 клетки, в переводе в метры они будут равны 600 м и 800 м.

По теореме Пифагора найдем расстояние L:

$$L^2 = 600^2 + 800^2 = 360\,000 + 640\,000 = 1\,000\,000;$$

$$L = \sqrt{1\,000\,000} = 1\,000 \text{ м.}$$

Ответ: 1000.

5. Средняя цена чека в расчете на 1 человека в кафе, куда семья Галины зашла пообедать, равна 500 рублям. Чек семьи представлен ниже.

Блюдо	Количество порций	Цена (руб. за порцию)
Салат с рыбой	1	180
Салат овощной	2	50
Салат мясной	1	180
Окрошка	2	120
Солянка	1	140
Куриная лапша	1	80
Пюре с котлетой	1	65
Плов	1	85
Спагетти с сыром	1	85
Сок	3	105
Мороженое	1	130

На сколько рублей в среднем отличается чек члена семьи Галины от среднего чека на 1 человека в кафе?

Посчитаем, сколько семья заплатила за свой обед и результат разделим на 4 (семья состоит из 4 человек). Таким образом мы найдем среднюю стоимость обеда на одного человека из семьи Галины.

$(180 + 50 \cdot 2 + 180 + 120 \cdot 2 + 140 + 80 + 65 + 85 + 85 + 105 \cdot 3 + 130) : 4 = 1\ 600 : 4 = 400$ рублей.

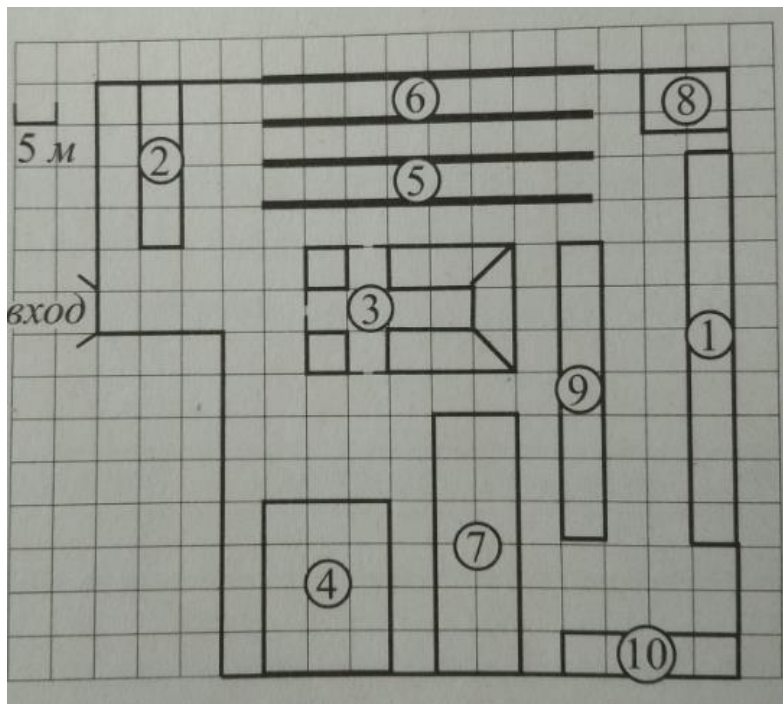
Получается, что в средний чек одного члена семьи и средний чек одного человека в кафе отличается на $500 - 400 = 100$ рублей.

Ответ: 100.

Задача №4

На плане изображен торговый зал продуктового магазина (сторона каждой клетки равна 5 м). Слева от входа расположены кассы, за ними вдоль стены - стеллажи с консервированными продуктами (два ряда стеллажей во всю длину отдела до прилавка с рыбой). По центру зала под номером 3 находятся корзины с фруктами и овощами. Между ними и отделом консервированных товаров стоят стеллажи с кондитерскими изделиями. Рядом с молочным отделом, обозначенным цифрой 4, расположены крупы и мука, а пекарня обозначена числом 10. Вдоль противоположной от входа стены расположен

длинный прилавок с товарами на развес, и в углу - короткий с рыбой, а еще в торговом зале есть лари с замороженными продуктами.



1. Для объектов, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на плане. Заполните таблицу, в ответе запишите последовательность четырех цифр без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Объекты	Кондитерские изделия	Крупы и мука	Рыба	Консервы
Цифры				

2. Сколько стеллажей понадобилось для консервированных продуктов, если длина одного стеллажа равна 2,5 м?

3. Найдите площадь торгового зала. Ответ дайте в квадратных метрах.

4. Молочный отдел имеет форму прямоугольника. Найдите длину диагонали молочного отдела. Ответ дайте в метрах.

5. В магазине пенсионерам во все рабочие дни с 9.00 до 11.30 предоставляется скидка 5%. Помимо этого, во вторник в магазине действует акция "Дешевая покупка", по которой предоставлены скидки:

- 30% - на сливочное масло,
- 20% - на рис,
- 10% - на все морепродукты,
- 15% - на мясо птицы и фарш,
- 15% - на подсолнечной масло в бутылках,

- 4% - на картофель.

На товар со скидкой предоставляется бОльшая из скидок, но только одна.

В таблице представлены цены (без скидки) на товары, которая выбрала в этом магазине пенсионерка Мария Федоровна во вторник в 10 часов 20 минут.

Наименование товара	Цена в рублях
Сливочное масло (1 пачка)	106
Подсолнечное масло (1 бутылка)	69
Картофель (1 кг)	45
Фарш куриный (1 кг)	200
Конфеты (1 кг)	320

Мария Федоровна купила 2 пачки сливочного масла, одну бутылку подсолнечного масла, 1 кг картофеля, 0,5 кг куриного фарша и 100 г конфет.

На сколько рублей больше заплатила бы Мария Федоровна за покупку без акции "Дешевая покупка"?

Решение:

1. Для объектов, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на плане. Заполните таблицу, в ответе запишите последовательность четырех цифр без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Читая задачу выясняем, что

2 - кассы;

6 - стеллажи с консервированными продуктами;

8 - прилавок с рыбой;

3 - корзины с фруктами и овощами;

5 - стеллажи с кондитерскими изделиями;

4 - молочный отдел;

7 - крупы и мука;

10 - пекарня;

1 - товары на развес;

9 - лари с замороженными продуктами.

Заполняем таблицу.

Объекты	Кондитерские изделия	Крупы и мука	Рыба	Консервы
Цифры	5	7	8	6

Ответ: 5786.

2. Сколько стеллажей понадобилось для консервированных продуктов, если длина одного стеллажа равна 2,5 м?

1 ряд стеллажей с консервами на плане занимает 8 клеток. Длина одной клетки 5 метров. Значит, в реальности этот ряд занимает

$8 \cdot 5 = 40$ м, но их два, поэтому вместе они занимают 80 м.

Т.к. 1 стеллаж имеет длину 2,5 м, то под консервированные продукты понадобилось

$80 : 2,5 = 800 : 25 = 32$

Ответ: 32.

3. Найдите площадь торгового зала. Ответ дайте в квадратных метрах.

Торговый зал занимает 186 клеток.

Т.к. сторона одной клетки равна 5 м, то ее площадь равна $5^2 = 25$ м².

Тогда площадь зала равна $186 \cdot 25 = 4650$ м².

Ответ: 4650.

4. Молочный отдел имеет форму прямоугольника. Найдите длину диагонали молочного отдела. Ответ дайте в метрах.

Диагональ молочного отдела делит его на 2 равных прямоугольных треугольника. Нам интересуют один из них.

Катеты треугольника на плане занимают 3 и 4 клетки, значит, их длина в метрах будет равна 15 и 20 соответственно (напоминаю, что длина одной клетки 5 м).

Тогда по теореме Пифагора находим диагональ d:

$$d^2 = 15^2 + 20^2 = 225 + 400 = 625$$

$$d = \sqrt{625} = 25.$$

Ответ: 25.

5. В магазине пенсионерам во все рабочие дни с 9.00 до 11.30 предоставляется скидка 5%. Помимо этого, во вторник в магазине действует акция "Дешевая покупка", по которой предоставлены скидки:

- 30% - на сливочное масло,- 20% - на рис,- 10% - на все морепродукты,

- 15% - на мясо птицы и фарш,- 15% - на подсолнечной масло в бутылках,

- 4% - на картофель. На товар со скидкой предоставляется бОльшая из скидок, но только одна. В таблице представлены цены (без скидки) на товары, которая выбрала в этом магазине пенсионерка Мария Федоровна во вторник в 10 часов 20 минут.

Наименование товара	Цена в рублях
Сливочное масло (1 пачка)	106
Подсолнечное масло (1 бутылка)	69
Картофель (1 кг)	45
Фарш куриный (1 кг)	200
Конфеты (1 кг)	320

Мария Федоровна купила 2 пачки сливочного масла, одну бутылку подсолнечного масла, 1 кг картофеля, 0,5 кг куриного фарша и 100 г конфет.

На сколько рублей больше заплатила бы Мария Федоровна за покупку без акции "Дешевая покупка"?

1 этап. Узнаем, сколько денег потратила бы Мария Федоровна без участия в акции "Дешевая покупка".

$$106 \cdot 2 + 69 + 45 + 200 : 2 + 320 \cdot 0,1 = 458 \text{ рублей без учета скидки.}$$

$$458 - 458 \cdot 0,05 = 435,1 \text{ рублей с 5\% скидкой.}$$

2 этап. Узнаем, сколько Мария Федоровна потратит, участвуя в акции. Распишу по действиям. За сливочное масло она заплатит $212 - 212 \cdot 0,3 = 148,4$ рубля.

$$\text{За подсолнечное масло: } 69 - 69 \cdot 0,15 = 58,65 \text{ рублей.}$$

За картофель она получит скидку в 5%, т.к. в условии задачи говорится, что предоставляется бОльшая из скидок: $45 - 45 \cdot 0,05 = 42,75$ рубля.

$$\text{За фарш: } 100 - 100 \cdot 0,15 = 85 \text{ рублей.}$$

$$\text{За конфеты: } 32 - 32 \cdot 0,05 = 30,4 \text{ рубля (дается обычная пенсионная скидка в 5\%).}$$

$$\text{Итоговая сумма: } 148,4 + 58,65 + 42,75 + 85 + 30,4 = 365,2 \text{ рубля.}$$

3 этап. Посчитаем разницу.

$$435,1 - 365,2 = 69,9 \text{ рублей.}$$

Ответ: 69,9.

покупке шины, а заодно приобрести 2 лампочки для фар и четырехлитровую канистру машинного масла. Цены на товары приведены в таблице.

Магазин	Шина. Цена за шт. (в руб.)	Моторное масло. Цена за 4 л (в руб.)	Лампочки для фар. Цена за шт. (в руб.)
"Автолюбитель"	5 000	1 899	895
"Скорость"	7 000	1 699	920

И в магазин "Автолюбитель", и в магазин "Скорость" шина поступит в продажу в течение 3-х дней после заказа. В магазине "Автолюбитель" заказ будет принят, если внесена предоплата наличными деньгами. Время работы обоих магазинов совпадает с рабочим временем Петра, поэтому при обращении в магазин "Скорость" он потеряет в зарплате 3 000 рублей, а при обращении в магазин "Автолюбитель" - 1 800 рублей при внесении предоплаты и 1 800 рублей при получении заказа.

На сколько рублей будут отличаться затраты при обращении в эти магазины с учетом потерянного рабочего времени?

Решение:

1. Для объектов, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на плане. Заполните таблицу, в ответе запишите последовательность четырех цифр без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

При прочтении задачи выясняется, что

3 - Сосновка;

1 - заказник;

8 - лес;

5 - указатель;

6 - Медовка;

7 - Малая Сосновка;

4 - Большая Сосновка;

2 - скалы.

Заполним таблицу:

Объекты	Указатель	Лес	Медовка	Скалы
Цифры	5	8	6	2

Ответ: 5862.

2. Из 5 кг вишни бабушка сварила варенье. Она будет разливать его в поллитровые банки. Сколько банок должна подготовить бабушка, если из одного килограмма вишни получается 1,3 л варенья?

Если из 1 кг вишни получается 1,3 л варенья, то из 5 кг получится

$$5 \cdot 1,3 = 6,5 \text{ л варенья.}$$

В одну банку помещается 0,5 л варенья (т.к. банки поллитровые), значит, банок потребуется

$$6,5 : 0,5 = 65 : 5 = 13 \text{ штук.}$$

Ответ: 13.

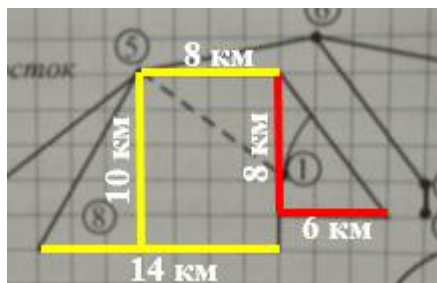
3. Найдите площадь, которую занимает лес (вместе с заказником). Ответ дайте в квадратных километрах.

Лес с заказником имеет форму неправильного многоугольника, поэтому разделим его на 2 фигуры: прямоугольную трапецию и прямоугольный треугольник.

Для того, чтобы найти площадь трапеции, надо полусумму оснований умножить на высоту (основания и высота выделены желтым цветом).

Для того, чтобы найти площадь прямоугольного треугольника, надо произведение катетов разделить на 2 (катеты выделены красным цветом).

Найти длины нужных нам отрезков не сложно, зная, что сторона одной клетки равна 2 км.



Найдем площади:

$$S_{\text{трапеции}} = \frac{8 + 14}{2} * 10 = 110 \text{ км}^2$$

$$S_{\Delta} = \frac{1}{2} * 8 * 6 = 24 \text{ км}^2$$

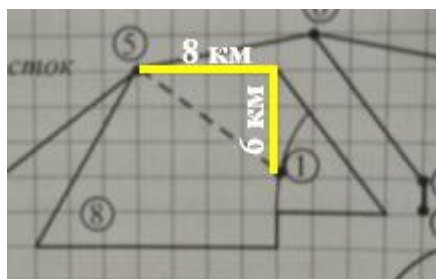
Значит, площадь всего леса вместе с заказником равна

$$110 + 24 = 134 \text{ км}^2.$$

Ответ: 134.

4. Найдите расстояние, которое проехал автомобиль по лесной дороге. Ответ дайте в километрах.

Лесная дорога отмечена на плане пунктирной линией. Достроим ее до прямоугольного треугольника.



По теореме Пифагора найдем длину L лесной дороги.

$$L^2 = 8^2 + 6^2 = 64 + 36 = 100; L = \sqrt{100} = 10. \text{ Ответ: } 10.$$

5. По дороге домой в автомобиле спустило колесо. В шиномонтажной мастерской стало понятно, что шина ремонту не подлежит. Петр позвонил в два магазина, чтобы принять решение о покупке шины, а заодно приобрести 2 лампочки для фар и четырехлитровую канистру машинного масла. Цены на товары приведены в таблице.

Магазин	Шина. Цена за шт. (в руб.)	Моторное масло. Цена за 4 л (в руб.)	Лампочки для фар. Цена за шт. (в руб.)
"Автолюбитель"	5 000	1 899	895
"Скорость"	7 000	1 699	920

И в магазин "Автолюбитель", и в магазин "Скорость" шина поступит в продажу в течение 3-х дней после заказа. В магазине "Автолюбитель" заказ будет принят, если внесена предоплата наличными деньгами. Время работы обоих магазинов совпадает с рабочим временем Петра, поэтому при обращении в магазин "Скорость" он потеряет в зарплате 3 000 рублей, а при обращении в магазин "Автолюбитель" - 1 800 рублей при внесении предоплаты и 1 800 рублей при получении заказа.

На сколько рублей будут отличаться затраты при обращении в эти магазины с учетом потерянного рабочего времени?

У Петра уменьшение средств происходит не только из-за трат в магазине, но и с вычетом денег из зарплаты. Подсчитаем, сколько денег он потеряет, если "затарится" в магазине "Автолюбитель". $5\,000 + 1\,899 + 895 \cdot 2 + 1\,800 + 1\,800 = 12\,289$ рублей.

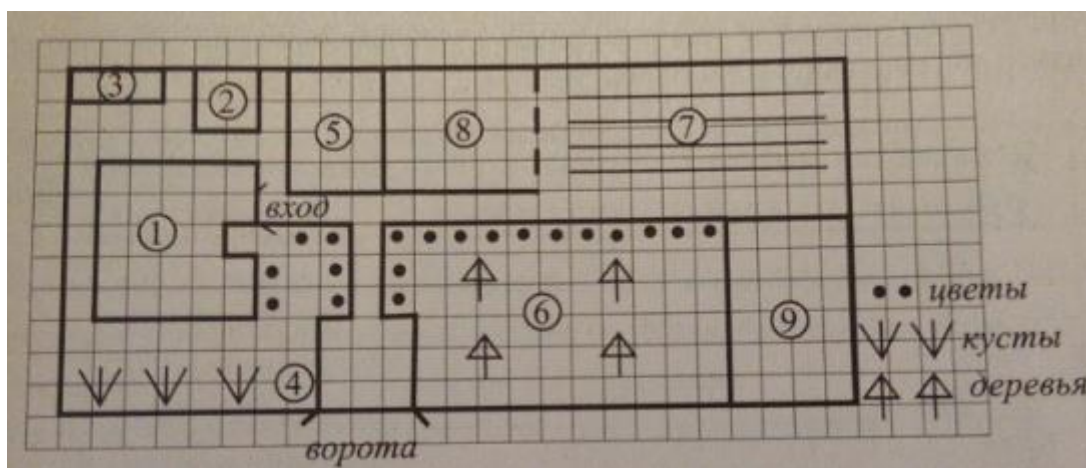
Теперь подсчитаем, сколько денег Петр потеряет, если купит всё необходимое в магазине "Скорость". $7\,000 + 1\,699 + 920 \cdot 2 + 3\,000 = 13\,539$ рублей.

И напоследок, ответим на вопрос задачи: на сколько рублей будут отличаться затраты при обращении в эти магазины?

$$13\,539 - 12\,289 = 1\,250 \text{ рублей. Ответ: } 1250.$$

Задача №6

На плане изображен загородный дачный участок садоводческого товарищества "Яблоневый сад", ул. Морская, 7 (сторона каждой клетки на плане равна 2 м). Участок имеет прямоугольную форму. Въезд и выезд осуществляется через единственные ворота. Сразу за въездом в ворота расположен навес, под которым стоит машина, слева от ворот посажены кусты малины, смородины и крыжовника, а справа - находится сад с фруктовыми деревьями. Если от ворот идти по дорожке прямо, а затем свернуть налево, то дорожка приведет к жилому дому. Справа от входа в дом находится баня площадью 16 кв. м., а за ней сарай, обозначенный цифрой 3. В самой удаленной от дома части участка расположены огород и виноградник (обозначен номером 9). Помимо перечисленных объектов, на участке есть лужайка для игр и отдыха, а между ней и огородом находится беседка. Вдоль дорожки высажены цветы.



1. Для объектов указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на плане. Заполните таблицу, в ответе запишите последовательность четырех цифр без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Объекты	Дом	Баня	Лужайка	Кусты
Цифры				

2. Несколько лет назад хозяева купили 100 кв. м плоского натурального камня, который с тех пор хранится на участке. Хватит ли имеющегося камня, чтобы вымостить площадку за воротами и пол беседки? Запишите, сколько квадратных метров камня потребуется.

3. Найдите площадь, которую занимает жилой дом. Ответ дайте в квадратных метрах.

4. Лужайка имеет форму прямоугольника. Найдите расстояние между двумя противоположными вершинами этого прямоугольника. Ответ дайте в метрах.

5. Хозяева планируют на огороде обустроить парник. Для его остекления требуется заказать 20 одинаковых стекол площадью 0,8 кв. м каждое, с доставкой. Изучив предложения рынка, хозяева решили остановить свой выбор на более дешевом из представленных в таблице вариантов. Сколько рублей удастся сэкономить при этом хозяевам на более дешевом варианте по сравнению с более дорогим?

Магазин	Цена	Резка (руб.)	Дополнительные условия	Доставка

	стекла (руб. за 1 м2)	за одно стекло)		
"Алмаз"	220	50		1 700
"Топаз"	240	35	При заказе на сумму свыше 3 500 рублей (без учета доставки и резки) резка - бесплатно	2 000

Решение:

1. Для объектов указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на плане. Заполните таблицу, в ответе запишите последовательность четырех цифр без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Читая описание к задачам выясняем, что

4 - кусты малины, смородины и крыжовника;

6 - сад с фруктовыми деревьями;

1 - жилой дом;

2 - баня;

3 - сарай;

7 - огород;

9 - виноградник;

5 - лужайка;

8 - беседка.

Заполняем таблицу:

Объекты	Дом	Баня	Лужайка	Кусты
Цифры	1	2	5	4

Ответ: 1254.

2. Несколько лет назад хозяева купили 100 кв. м плоского натурального камня, который с тех пор хранится на участке. Хватит ли имеющегося камня, чтобы вымостить площадку за воротами и пол беседки? Запишите, сколько квадратных метров камня потребуется.

Т.к. сторона одной клетки равна 2 м, то площадь одной клетки равна 4 м^2 .

Площадка за воротами занимает 9 клеток, значит ее площадь равна $9 \cdot 4 = 36 \text{ м}^2$.

Беседка занимает 20 клеток и ее площадь равна $20 \cdot 4 = 80 \text{ м}^2$.

Общая площадь площадки и беседы будет равна $36 + 80 = 116 \text{ м}^2$.

Значит, камня не хватит.

Ответ: 116.

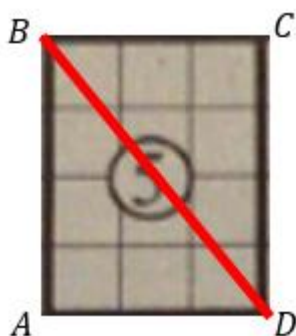
3. Найдите площадь, которую занимает жилой дом. Ответ дайте в квадратных метрах.

Дом занимает 24 клетки, значит площадь дома равна $24 \cdot 4 = 96 \text{ м}^2$.

Ответ: 96.

4. Лужайка имеет форму прямоугольника. Найдите расстояние между двумя противоположными вершинами этого прямоугольника. Ответ дайте в метрах.

Расстоянием между двумя противоположными вершинами будет диагональ прямоугольника.



Найти ее можно по теореме Пифагора.

$$BD^2 = AB^2 + AD^2.$$

Сторона AB занимает 4 клетки, значит, имеет длину 8 м. Сторона AD занимает 3 клетки и ее длина равна 6 м.

$$BD^2 = 8^2 + 6^2 = 64 + 36 = 100;$$

$$BD = \sqrt{100} = 10 \text{ м}$$

Ответ: 10.

5. Хозяева планируют на огороде обустроить парник. Для его остекления требуется заказать 20 одинаковых стекол площадью 0,8 кв. м каждое, с доставкой. Изучив предложения рынка, хозяева решили остановить свой выбор на более дешевом из представленных в таблице вариантов. Сколько рублей удастся сэкономить при этом хозяевам на более дешевом варианте по сравнению с более дорогим?

Магазин	Цена стекла (руб. за 1 м ²)	Резка (руб. за одно стекло)	Дополнительные условия	Доставка
---------	---	-----------------------------	------------------------	----------

"Алмаз"	220	50		1 700
"Топаз"	240	35	При заказе на сумму свыше 3 500 рублей (без учета доставки и резки) резка - бесплатно	2 000

Магазин "Алмаз".

Стоимость одного стекла в этом магазине вместе с резкой составит

$$0,8 \cdot 220 + 50 = 226 \text{ рублей.}$$

Стоимость 8 таких стекол вместе с доставкой будет равна

$$226 \cdot 20 + 1\,700 = 6\,220 \text{ рублей.}$$

Магазин "Топаз".

Из-за дополнительного условия посчитаем пока только стоимость 8 стекол без резки.

$$(0,8 \cdot 240) \cdot 20 = 3\,840 \text{ рублей.}$$

Под дополнительное условие такая сумма попадает, значит резка будет бесплатная.

Вместе с доставкой придется заплатить $3\,840 + 2\,000 = 5\,840$ рублей.

Если хозяева решат воспользоваться более дешевым вариантом, то они сэкономят

$$6\,220 - 5\,840 = 380 \text{ рублей.}$$

Ответ: 380.

Задачи о мобильном интернете и тарифе.

Интернет-провайдер (компания, оказывающая услуги по подключению к сети Интернет) предлагает три тарифных плана.

Тарифный план	Абонентская плата	Плата за трафик
План «0»	Нет	2,5 руб. за 1 Мб
План «500»	550 руб. за 500 Мб трафика в месяц	2 руб. за 1 Мб сверх 500 Мб
План «800»	700 руб. за 800 Мб трафика в месяц	1,5 руб. за 1 Мб сверх 800 Мб

Пользователь предполагает, что его трафик составит 600 Мб в месяц и, исходя из этого, выбирает наиболее дешевый тарифный план. Сколько рублей заплатит пользователь за месяц, если его трафик действительно будет равен 600 Мб?

Решение.

Рассмотрим все варианты.

По Плану «0» пользователь потратит $2,5 \cdot 600 = 1500$ руб. в месяц за 600 Мб трафика.

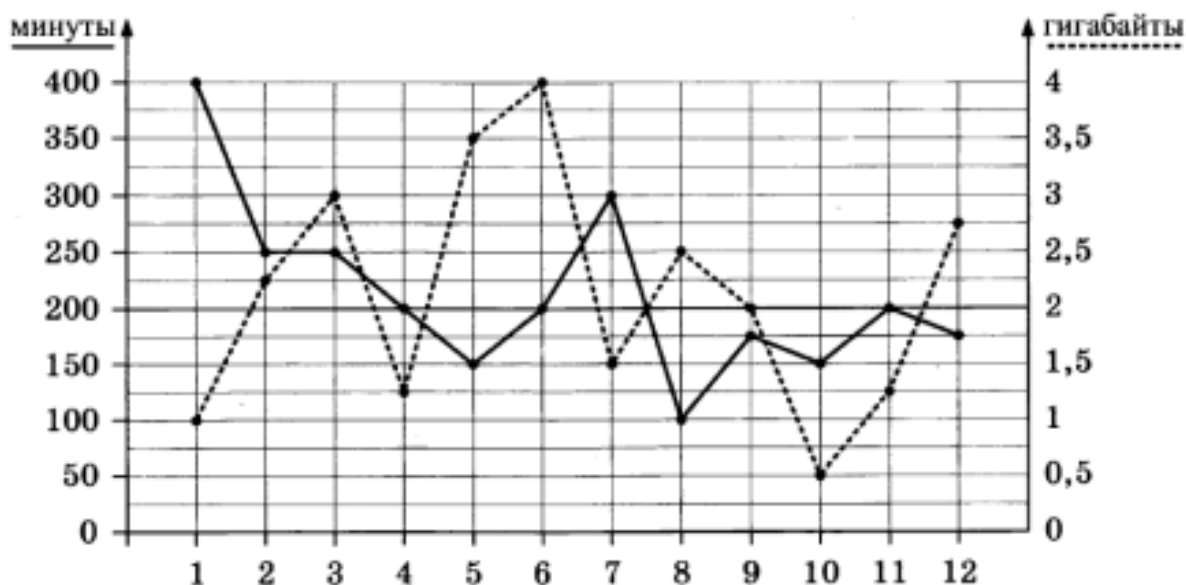
По плану «500» он потратит 550 руб. абонентской платы за 500 Мб и $2 \cdot 100 = 200$ руб. сверх того. Поэтому полная плата в месяц составит $550 + 200 = 750$ руб.

По плану «800» пользователь потратит в месяц за 600 Мб трафика 700 руб.

Наиболее выгодный вариант составляет 700 руб.

Ответ: 700.

На графике точками изображено количество минут, потраченных на исходящие вызовы, и количество гигабайтов мобильного интернета, израсходованных абонентом в процессе пользования смартфоном, за каждый месяц 2018 года. Для удобства точки, соответствующие минутам и гигабайтам, соединены сплошными и пунктирными линиями соответственно.



В течение года абонент пользовался тарифом «Стандартный», абонентская плата по которому составляет 400 рублей в месяц. При условии нахождения абонента на территории РФ в абонентскую плату тарифа «Стандартный» входит:

- пакет минут, включающий 200 минут исходящих вызовов на номера, зарегистрированные на территории РФ;
- пакет интернета, включающий 2 гигабайта мобильного интернета;
- пакет SMS, включающий 140 SMS в месяц;
- безлимитные бесплатные входящие вызовы.

Стоимость минут, интернета и SMS сверх пакета указана в таблице.

Исходящие вызовы	3,5 руб./мин.
Мобильный интернет: дополнительные пакеты по 0,5 Гб	90 руб. за пакет
SMS	4 руб./шт.

Абонент не пользовался услугами связи в роуминге и не звонил на номера, зарегистрированные за рубежом. За весь год абонент отправил 130 SMS.

- 1 Определите, какие месяцы соответствуют указанному в таблице количеству израсходованных гигабайтов.

Израсходованные гигабайты	3 Гб	1 Гб	0,5 Гб	2 Гб
Номер месяца				

Заполните таблицу, в ответ запишите подряд числа, соответствующие номерам месяцев, без пробелов, запятых и других дополнительных символов (например, для месяцев май, январь, ноябрь, август в ответ нужно записать число 51118).

- 2 Сколько рублей потратил абонент на услуги связи в августе?

Ответ: _____.

- 3 Сколько месяцев в 2018 году абонент **не** превышал лимит по пакету исходящих минут?

Ответ: _____.

- 4 Сколько месяцев в 2018 году абонент **не** превышал лимит ни по пакету минут, ни по пакету мобильного интернета?

Ответ: _____.

- 5 В конце 2018 года оператор связи предложил абоненту перейти на новый тариф, условия которого приведены в таблице.

Стоимость перехода на тариф	0 руб.
Абонентская плата в месяц	300 руб.
в абонентскую плату ежемесячно включены:	
пакет исходящих минут	250 мин
пакет мобильного интернета	1,5 Гб
пакет SMS	180 SMS
после расходования пакетов:	
входящие вызовы	0 руб./мин
исходящие вызовы*	4,5 руб./мин
мобильный интернет: дополнительные пакеты по 0,5 Гб	140 руб. за пакет
SMS	3 руб./шт.

*исходящие вызовы на номера, зарегистрированные на территории РФ.

Абонент решает, перейти ли ему на новый тариф, посчитав, сколько бы он потратил на услуги связи за 2018 г., если бы пользовался им. Если получится меньше, чем он потратил фактически за 2018 г., то абонент примет решение сменить тариф.

Перейдёт ли абонент на новый тариф? В ответе запишите ежемесячную абонентскую плату по тарифу, который выберет абонент на 2019 год.

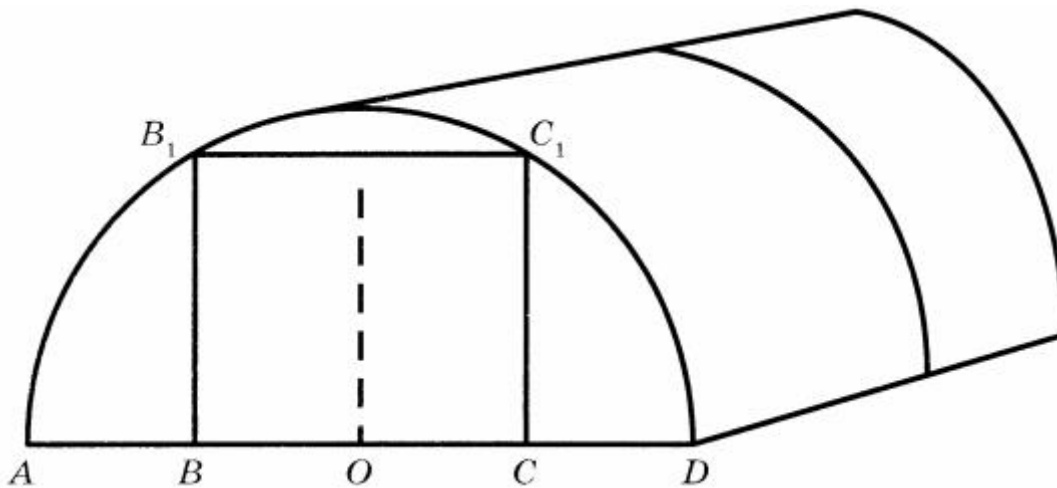
Ответ: _____.

Номер задания	Правильный ответ
1	31109
2	490
3	8
4	4
5	300

Задачи о теплице.

Сергей Петрович решил построить на дачном участке теплицу длиной 4 м. Для этого он сделал прямоугольный фундамент. Для каркаса теплицы Сергей Петрович заказал металлические дуги в форме полуокружностей длиной 5 м каждая и покрытие для обтяжки. Отдельно требуется купить плёнку для передней и задней стенок теплицы. В передней стенке планируется вход, показанный на рисунке прямоугольником BCC_1B_1 , где точки B , O и

C делят отрезок AD на четыре равные части. Внутри теплицы Сергей Петрович планирует сделать три грядки по длине теплицы — одну центральную широкую грядку и две узкие грядки по краям. Между грядками будут дорожки шириной 40 см, для которых необходимо купить тротуарную плитку размером 20 см x 20 см.



1. Какое наименьшее количество дуг нужно заказать, чтобы расстояние между соседними дугами было не более 60 см?
2. Сколько упаковок плитки необходимо купить для дорожек между грядками, если она продаётся в упаковках по 6 штук?
3. Найдите ширину теплицы. Ответ дайте в метрах с точностью до десятых.
4. Найдите ширину центральной грядки, если она в два раза больше ширины узкой грядки. Ответ дайте в сантиметрах с точностью до десятков.
5. Найдите высоту входа в теплицу. Ответ дайте в сантиметрах.

Решение

1. Какое наименьшее количество дуг нужно заказать, чтобы расстояние между соседними дугами было не более 60 см? Длина теплицы 4 м = 400 см.

Чтобы узнать наименьшее количество дуг найдем количество секторов, которые получатся при установке дуг на расстояние 60 см. Для этого разделим длину теплицы на максимальное расстояние между дугами. $400 : 60 \approx 6,6$, т.е. 7 секторов.

Если вы схематично нарисуете 7 секторов и отметите дуги, то заметите, что дуг будет на одну больше. Ответ: 8.

2. Сколько упаковок плитки необходимо купить для дорожек между грядками, если она продаётся в упаковках по 6 штук?

Длина дорожек соответствует длине теплицы и равна 400 см. Ширина дорожек равна 40 см. Площадь одной дорожки равна $400 \cdot 40 = 16\,000 \text{ см}^2$, а площадь одной плитки равна $20^2 = 400 \text{ см}^2$. На одну дорожку потребуется $16\,000 : 400 = 40$ плиток, следовательно, на две дорожки потребуется 80 плиток. Т.к. плитка продается в упаковках по 6 штук, то упаковок надо закупить $80 : 6 = 14$ штук. Ответ: 14.

3. Найдите ширину теплицы. Ответ дайте в метрах с точностью до десятых.

Шириной теплицы будет диаметр окружности с центром в точке О. Из условия задачи нам известно, что длина металлической дуги равна 5 м. А металлическая дуга является полуокружностью, значит, длина всей окружности с центром в точке О равна 10.

Длина окружности находится по формуле $L = \pi d$, где $d = AD$ - диаметр. Найдем AD.

$AD = 10 : 3,14 \approx 3,2$ м. Ответ: 3,2.

4. Найдите ширину центральной грядки, если она в два раза больше ширины узкой грядки. Ответ дайте в сантиметрах с точностью до десятков.

Пусть ширина узкой грядки равна x , тогда ширина центральной грядки - $2x$. Т.к. общая ширина двух дорожек равна 80 см = 0,8 м и ширина теплицы равна 3,2 м, то составим и решим уравнение: $x + x + 2x + 0,8 = 3,2$; $4x = 2,4$; $x = 0,6$ м - ширина узкой грядки.

$0,6 \cdot 2 = 1,2$ м = 120 см - ширина центральной грядки. Ответ: 120.

5. Найдите высоту входа в теплицу. Ответ дайте в сантиметрах.

$BO = OC = \frac{1}{4}AD = \frac{1}{4} \cdot 3,2 = 0,8$ м, значит, $BC = B_1C_1 = 0,8 \cdot 2 = 1,6$ м (из условия задачи).

OB_1 - радиус, который равен половине диаметра AD, т.е. $OB_1 = 3,2 : 2 = 1,6$ м.

Пусть точка O_1 - середина B_1C_1 , тогда треугольник OB_1O_1 - прямоугольный и имеет гипотенузу $OB_1 = 1,6$ м и катет $B_1O_1 = 1,6 : 2 = 0,8$ м. По теореме Пифагора найдем второй катет, и по совместительству, высоту входа теплицы OO_1 , предварительно переведя метры в сантиметры. $OO_1^2 = OB_1^2 - B_1O_1^2 = 160^2 - 80^2 = 19\,200$ $OO_1 = \sqrt{19200}$. Корень не извлекаемый. Возведем в квадрат число 140: $140^2 = 19\,600$ - многовато. $139^2 = 19\,321$

$138^2 = 19\,044$

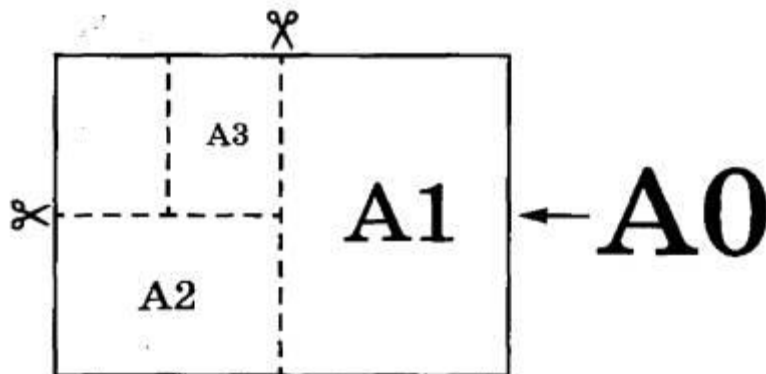
В ответах вы можете увидеть некоторый промежуток. Любое число из этого промежутка будет являться правильным ответом. Я возьму число 139, т.к. его квадрат находится ближе к 19 200.

Ответ: 139.

Задачи про форматы листов.

Для листов бумаги форматов А3, А4, А5 и А6 определите, какими порядковыми номерами обозначены их размеры в таблице 1. Заполните таблицу ниже, в бланк ответов перенесите последовательность четырёх цифр.

Общепринятые форматы листов бумаги обозначают буквой А и цифрой: А0, А1, А2 и так далее. Если лист формата А0 разрезать пополам, получаются два листа формата А1. Если лист А1 разрезать пополам, получаются два листа формата А2 и так далее.



При этом отношение длины листа к его ширине у всех форматов, обозначенных буквой А, одно и то же (то есть листы всех форматов подобны друг другу). Это сделано специально — чтобы можно было сохранить пропорции текста на листе при изменении формата бумаги (размер шрифта при этом тоже соответственно изменяется).

В таблице 1 даны размеры листов бумаги четырёх форматов: от А3 до А6.

Порядковые номера	Ширина (мм)	Длина (мм)
1	148	210
2	210	297
3	105	148
4	297	420

Решение

Задание 1. Для листов бумаги форматов А3, А4, А5 и А6 определите, какими порядковыми номерами обозначены их размеры в таблице 1. Заполните таблицу ниже, в бланк ответов перенесите последовательность четырёх цифр.

Решение.

Формат А3 – самый большой по размеру, а формат А6 – самый маленький. Выбираем в таблице по порядку номера, начиная с самого большого и заканчивая самым маленьким, получаем:

4 - А3; 2 - А4; 1 - А5; 3 - А6

Ответ: 4213

Задание 2. Сколько листов бумаги формата А6 получится при разрезании одного листа бумаги формата А2?

Решение.

Пусть n – это число уменьшений формата от А2 до А x . В нашем случае $x=6$ и, соответственно, $n=6-2=4$. Тогда число листов бумаги формата А6, получаемое из А2 можно вычислить по формуле

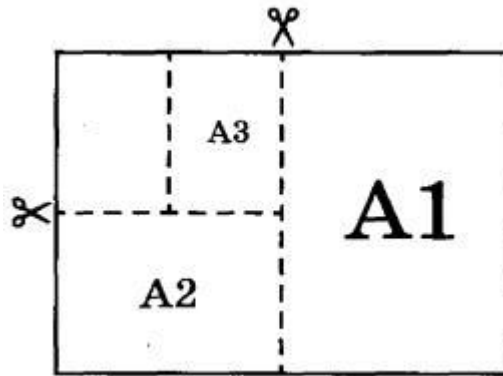
$$N = 2^n = 2^4 = 16 \text{ листов}$$

Ответ: 16.

Задание 3. Найдите длину большей стороны листа бумаги формата А1. Ответ дайте в миллиметрах.

Решение.

Из рисунка видно, что большая сторона листа А1 равна двум большим сторонам листа А3, а меньшая сторона А1 – двум меньшим сторонам листа А3.



Из таблицы имеем значения размеров для А3, равные 297х420 мм. Тогда, для А1, получаем:
 $297 \cdot 2 \times 420 \cdot 2 = 594 \times 840$ мм.

И большая сторона имеет длину 840 мм.

Ответ: 840.

Задание 4. Найдите площадь листа бумаги формата А4. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

Решение.

По таблице лист формата А4 имеет размеры 210х297 мм и представляет собой прямоугольник. Значит, его площадь, равна:

$$S = 210 \cdot 297 = 62370 \text{ мм}^2,$$

что составляет 623,7 см².

Ответ: 623,7.

Задание 5. Размер (высота) типографского шрифта измеряется в пунктах. Один пункт равен 1/72 дюйма, то есть 0,3528 мм. Какой высоты нужен шрифт (в пунктах), чтобы текст был расположен на листе формата А4 так же, как этот же текст, напечатанный шрифтом высотой 12 пунктов, на листе формата А5? Размер шрифта округлите до целого.

Решение.

Большая сторона листа А4 равна 297 мм, а такая же сторона листа А5 – 210 мм, то есть, лист А4

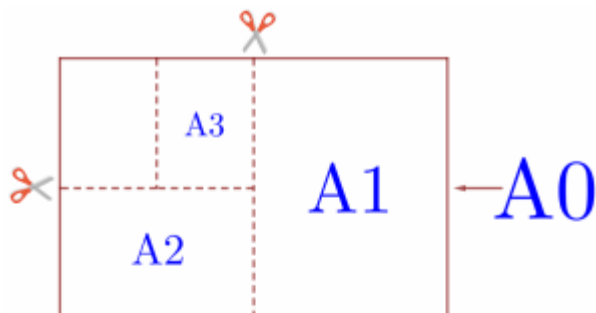
больше листа А5 в $\frac{297}{210}$ раз. Следовательно, размер шрифта также нужно увеличить на это значение и взять равным:

$$12 \cdot \frac{297}{210} = \frac{297}{17,5} \approx 17 \text{ пунктов.}$$

Ответ: 17.

«Листы бумаги»

Общепринятые форматы листов бумаги обозначают буквой А и цифрой: А0, А1, А2 и так далее. Лист формата А0 имеет форму прямоугольника, площадь которого равна 1 кв. м. Если лист формата А0 разрезать пополам параллельно меньшей стороне, получается два равных листа формата А1. Если лист А1 разрезать так же пополам, получается два листа формата А2. И так далее. Отношение большей стороны к меньшей стороне листа каждого формата одно и то же, поэтому листы всех форматов подобны. Это сделано специально для того, чтобы пропорции текста и его расположение на листе сохранялись при уменьшении или увеличении шрифта при изменении формата листа.



В таблице даны размеры (с точностью до мм) четырёх листов, имеющих форматы А0, А2, А3 и А5.

Номер листа	Длина (мм)	Ширина (мм)
1	210	148
2	594	420
3	1189	841
4	420	297

1. Установите соответствие между форматами и номерами листов бумаги из таблицы. Заполните таблицу, в бланк ответов перенесите последовательность четырёх цифр.

А0	А2	А3	А5

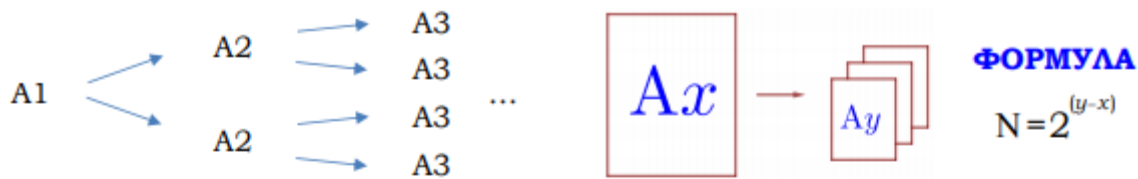
Чем больше цифра формата, тем меньше длина листа.

Расставим длины листов **в порядке убывания**:

А0	А2	А3	А5
1189	594	420	210
3	2	4	1

Ответ: **3241**

2. Сколько листов формата А5 получится из одного листа формата А1?



Количество листов удваивается:

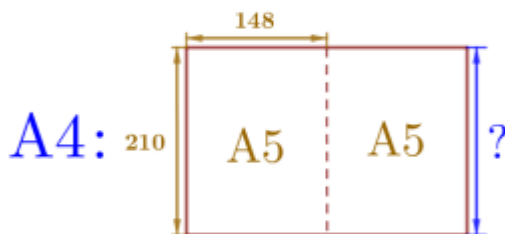
1 лф А1 = 2 лф А2 = 4 лф А3 = 8 лф А4 = **16** лф А5

По формуле:

$$N = 2^{(5-1)} = 2^4 = \mathbf{16}$$

Ответ: **16**.

3. Найдите ширину листа бумаги формата А4. Ответ дайте в миллиметрах и округлите до ближайшего целого числа, кратного 10.

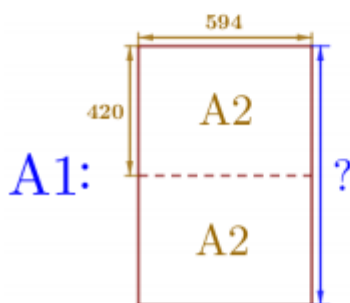


Номер листа	Длина (мм)	Ширина (мм)
1	A5 210	148

Ширина листа формата А4 равна длине листа формата А5.

Ответ: **210**.

4. Найдите длину листа бумаги формата А1. Ответ дайте в миллиметрах и округлите до ближайшего целого числа, кратного 10.



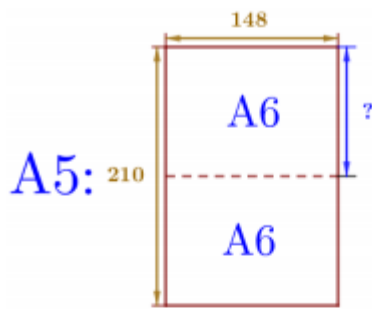
Номер листа	Длина (мм)	Ширина (мм)
2	A2 594	420

Длина листа формата А1 в 2 раза больше ширины листа формата А2: $420 \cdot 2 = \mathbf{840}$ (мм).

Ответ: **840**.

Интересно! На самом деле длина листа формата А1 равна 841 мм, чтобы эта неточность не отразилась на правильности ответа, в задаче требуется округлить полученную длину до ближайшего целого числа, кратного 10.

5. Найдите отношение длины большей стороны листа формата А6 к меньшей. Ответ округлите до десятых.



Номер листа	Длина (мм)	Ширина (мм)
1	A5 210	148

Длина листа формата А6 равна ширине листа формата А5: **148** мм.

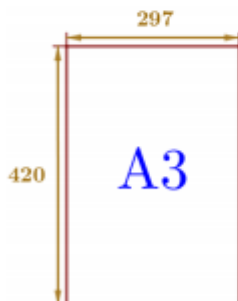
Ширина листа формата А6 2 раза меньше длины листа формата А5: $210:2=105$ (мм).

Отношение: $\frac{B}{M} = \frac{148}{105} \approx \frac{150}{105} = \frac{10}{7} \approx 1,429 \approx 1,4$

Ответ: **1,4**.

Интересно! Так как ответ во всех заданиях такого типа необходимо будет округлить до десятых, для упрощения вычислений округлите длины сторон до числа кратного 10 (1200; 850; 600; 300; 150) или 5 (105; 75). На правильности ответа это не отразится. Также для упрощения вычислений можно учесть тот факт, что все листы подобны и все отношения (большая сторона к меньшей, меньшая к большей, диагональ к меньшей/большой стороне) будут одинаковыми для всех форматов (1,4/0,7/1,7/1,2).

6. Найдите площадь листа формата А3. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



Номер листа	Длина (мм)	Ширина (мм)
4	A3 420	297

Вариант 1:

$$S = 420 \cdot 297 = 124740 \text{ мм}^2$$

$$1 \text{ см}^2 = 100 \text{ мм}^2$$

$$124740:100 = \mathbf{1247,4} \text{ (см}^2\text{)}$$

Вариант 2:

$$420 \text{ мм} = 42 \text{ см}$$

$$297 \text{ мм} = 29,7 \text{ см}$$

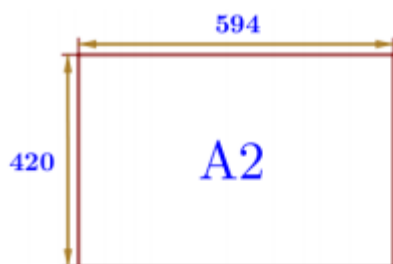
$$S = 42 \cdot 29,7 = \mathbf{1247,4} \text{ (см}^2\text{)}$$

Ответ: **1247,4**.

Интересно! Учитывая, что лист меньшего формата получается путем разрезания листа большего формата пополам, то площадь листа формата А3 можно было найти по формулам: $S_{\text{лфА3}} = S_{\text{лфА4}} \cdot 2$ и $S_{\text{лфА3}} = S_{\text{лфА2}} : 2$.

Такой подход срабатывает часто, но, к сожалению, не всегда, например, $S_{\text{А4}} \neq 2 \cdot S_{\text{А5}}$. Погрешность очень мала, но она есть.

7. Бумагу формата А2 упаковали в пачки по 120 листов. Найдите массу пачки, если масса бумаги площади 1 кв. м равна 180 г. Ответ дайте в граммах и округлите до ближайшего целого значения.



Номер листа	Длина (мм)	Ширина (мм)
2	A2 594	420

$$S_{\text{лфA2}} = 420 \cdot 594 = 249480 \text{ мм}^2.$$

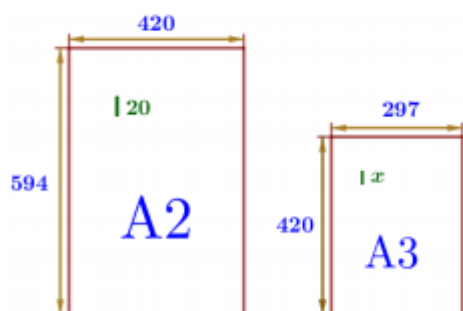
$$1 \text{ м} = 1000 \text{ мм} \quad 1 \text{ м}^2 = 1000000 \text{ мм}^2$$

$$S_1 = \frac{249480}{1000000} = 0,24948 \text{ м}^2. \quad S_{120} = 0,24948 \cdot 120 = 29,9376 \text{ м}^2.$$

$$m_{120} = 29,9376 \cdot 180 = 5388,768 \text{ г} \approx \mathbf{5389 \text{ г}}$$

Ответ: **5389**.

8. Размер (высота) типографского шрифта измеряется в пунктах. Один пункт равен $1/72$ дюйма, то есть 0,3528 мм. Текст напечатан шрифтом высотой 20 пунктов на листе формата А2. Какой высоты нужен шрифт (в пунктах), чтобы текст был расположен на листе формата А3 таким же образом? Размер шрифта округляется до целого.



Так как листы подобны, то отношение высот шрифтов будет таким же, как отношение длины (ширины) листов двух рассматриваемых форматов.

Можно составить пропорцию как относительно длины, так и ширины:

$$1) \frac{20}{x} = \frac{594}{420} \Rightarrow x = \frac{20 \cdot 420}{594} \approx 14,14 \approx \mathbf{14}$$

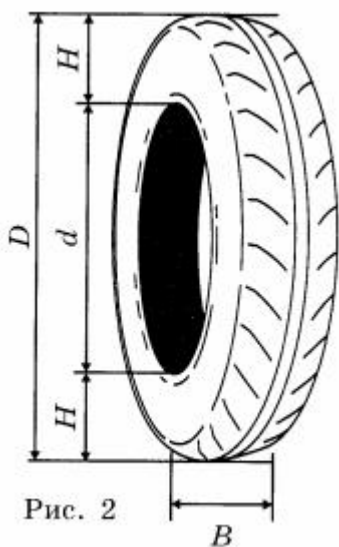
$$2) \frac{20}{x} = \frac{420}{297} \Rightarrow x = \frac{20 \cdot 297}{420} \approx 14,14 \approx \mathbf{14}$$

Номер листа	Длина	Ширина
2	A2 594	420
4	A3 420	297

Ответ: **14**.

Интересно! Для увеличения шрифта можно использовать коэффициент **1,4**, для уменьшения - **0,7**. Проверяем: $20 \cdot 0,7 = 14$ и $14 \cdot 1,4 = 19,6 \approx 20$.

Для маркировки автомобильных шин применяется единая система обозначений (см. таблицу). Первое число означает ширину B шины (ширину протектора) в миллиметрах (см. рисунок). Второе число — отношение высоты боковины H к ширине шины B в процентах. Последующая буква указывает конструкцию шины. Например, буква R означает, что шина радиальная, то есть нити каркаса в боковине шины расположены вдоль радиусов колеса. На всех легковых автомобилях применяются шины радиальной конструкции. За обозначением типа конструкции шины идёт число, указывающее диаметр диска колеса в дюймах (в одном дюйме 25,4 мм). По сути, это диаметр d внутреннего отверстия в шине. Таким образом, общий диаметр колеса D легко найти, зная диаметр диска и высоту боковины. Возможны дополнительные маркировки, означающие допустимую нагрузку на шину, сезонность использования, тип дорожного покрытия и другие. Завод производит легковые автомобили определённой модели и устанавливает на них шины с маркировкой 175/60 R15. Завод допускает установку шин с другими маркировками. В таблице показаны разрешённые размеры шин.



1. Какой наименьшей ширины шины можно устанавливать на автомобиль, если диаметр диска равен 16 дюймам? Ответ дайте в миллиметрах.
2. На сколько миллиметров радиус колеса с маркировкой 195/60 R14 больше, чем радиус колеса с маркировкой 165/70 R14?
3. Найдите диаметр D колеса автомобиля, выходящего с завода. Ответ дайте в сантиметрах.
4. На сколько миллиметров уменьшится диаметр D колеса, если заменить шины, установленные на заводе, шинами с маркировкой 195/45 R16?
5. На сколько процентов увеличится пробег автомобиля при одном обороте колеса, если заменить шины, установленные на заводе, шинами с маркировкой 195/55 R15? Округлите результат до десятых.

Ширина шины (мм)/Диаметр диска (дюймы)	14	15	16
165	165/70	165/60; 165/65	Не разр.

175	175/65	175/60	Не разр.
185	185/60	185/55	185/50
195	195/60	195/55	195/45
205	Не разр.	Не разр.	205/45
Ширина шины (мм)/Диаметр диска (дюймы)	14	15	16
165	165/70	165/60; 165/65	Не разр.
175	175/65	175/60	Не разр.
185	185/60	185/55	185/50
195	195/60	195/55	195/45
205	Не разр.	Не разр.	205/45

Решение

Решение:

Ширина шины (мм)/Диаметр диска (дюймы)	14	15	16
165	165/70	165/60; 165/65	Не разр.
175	175/65	175/60	Не разр.
185	185/60	185/55	185/50
195	195/60	195/55	195/45
205	Не разр.	Не разр.	205/45

1. Какой наименьшей ширины шины можно устанавливать на автомобиль, если диаметр диска равен 16 дюймам? Ответ дайте в миллиметрах.

Ответ на эту задачу можно найти в таблице. Ширина самой узкой шины с диаметром диска 16 дюймов равна 185 мм. Ответ: 185.

2. На сколько миллиметров радиус колеса с маркировкой 195/60 R14 больше, чем радиус колеса с маркировкой 165/70 R14?

Разбираемся с первой шиной. Ее ширина равна 195 мм, а отношение высоты боковину к ширине равно $H/B = 60\% = 0,6$. Найдем эту самую высоту боковины: $H = 0,6B = 0,6 \cdot 195 = 117$. Далее

нам известен диаметр внутреннего отверстия шины: $d = 14 \text{ дюймов} = 14 \cdot 25,4 = 355,6 \text{ мм}$. Наша задача найти общий диаметр колеса D и разделить его на 2.

$$D = 2H + d = 2 \cdot 117 + 355,6 = 589,6; R_1 = D/2 = 589,6 : 2 = 294,8.$$

То же самое проделываем со второй шиной и находим R_2 .

Ширина шины B равна 165; $H/B = 70\% = 0,7$. $H = 0,7 \cdot 165 = 115,5$.

$$d = 14 \text{ дюймов} = 14 \cdot 25,4 = 355,6 \text{ мм}. D = 2H + d = 2 \cdot 115,5 + 355,6 = 586,6;$$

$R_2 = D/2 = 586,6 : 2 = 293,3$. И, наконец, найдем разницу между радиусами этих двух шин:

$$294,8 - 293,3 = 1,5. \text{ Ответ: } 1,5.$$

3. Найдите диаметр D колеса автомобиля, выходящего с завода. Ответ дайте в сантиметрах.

По условию задачи завод производит колеса с маркировкой 175/60 R15.

И надо найти D по аналогии с предыдущей задачей.

Из маркировки становится понятно, что ширина шины B равна 175 мм, отношение H к B равно $60\% = 0,6$, откуда $H = 0,6 \cdot 175 = 105$, и диаметр d равен 15 дюймам или $15 \cdot 25,4 = 381 \text{ мм}$.

$$D = 2H + d = 2 \cdot 105 + 381 = 591 \text{ мм}.$$

Но ответ нам надо дать в сантиметрах, поэтому результат делим на 10. Ответ: 59,1.

4. На сколько миллиметров уменьшится диаметр D колеса, если заменить шины, установленные на заводе, шинами с маркировкой 195/45 R16?

Ужасные какие-то задачи тут...

Диаметр D исходной заводской шины равен 591 мм. Найдем диаметр D шины с маркировкой 195/45 R16 (аналогично предыдущим задачам).

Ширина $B = 195$. Высота боковины $H = 0,45 \cdot 195 = 87,75$.

Диаметр внутреннего отверстия $d = 16 \text{ дюймов} = 16 \cdot 25,4 = 406,4 \text{ мм}$.

$$D = 2H + d = 2 \cdot 87,75 + 406,4 = 581,9 \text{ мм}.$$

Посчитаем на сколько уменьшится диаметр, если шины заменить.

$$591 - 581,9 = 9,1 \text{ мм}. \text{ Ответ: } 9,1.$$

5. На сколько процентов увеличится пробег автомобиля при одном обороте колеса, если заменить шины, установленные на заводе, шинами с маркировкой 195/55 R15? Округлите результат до десятых.

При одном обороте колеса шина проходит расстояние, равное длине его окружности. Чтобы найти длину окружности надо воспользоваться формулой $L = \pi D$.

С заводской шиной проблем не возникает, т.к. ее диаметр мы уже находили и равен он 591 мм.

А вот с шиной с маркировкой 195/55 R15 придется опять возиться.

Запишу нахождение D в одно действие.

$$D = 2 \cdot 0,55 \cdot 195 + 15 \cdot 25,4 = 214,5 + 381 = 595,5.$$

Найдем длины окружностей шин. $L_1 = 591\pi$

$$L_2 = 595,5\pi$$

Специально не умножала на 3,14, чтобы в дальнейшем не утонуть в вычислениях.

Т.к. задача на проценты, то обозначим за 100% длину окружности заводской шины.

$$591\pi - 100\%$$

$$595,5\pi - x\%$$

Перемножу сразу крест накрест, чтобы дроби не писать. Что же получится?

$$591\pi x = 59\ 550\pi$$

Обе части уравнения можно разделить на π и спокойно найти x

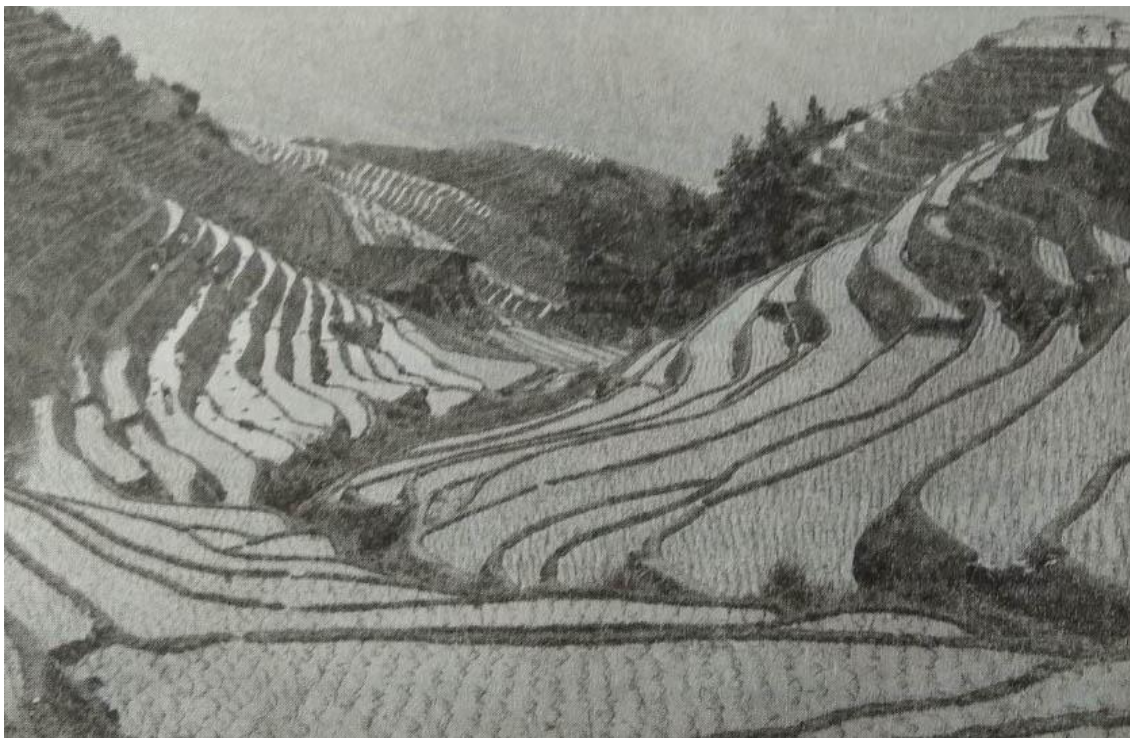
$$x = 59\ 550 : 591 \approx 100,76\%$$

Т.е. пробег автомобиля увеличится на 0,76%. Округлим до десятых.

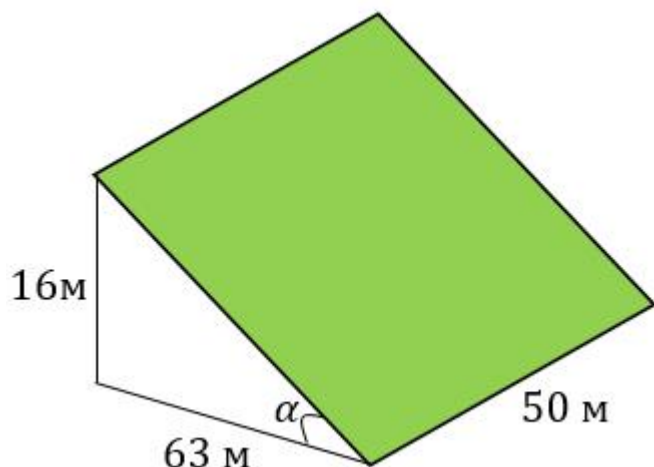
Ответ: 0,8.

Задачи о земледелии в горных районах

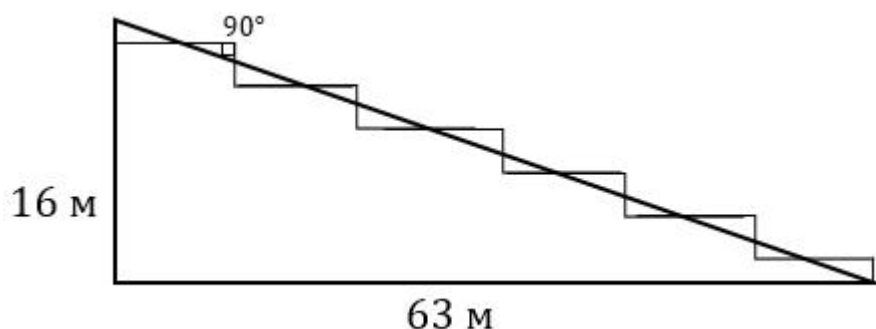
В горных районах, особенно в южных широтах с влажным климатом, земледельцы на склонах гор устраивают террасы. Земледельческие террасы - это горизонтальные площадки, напоминающие ступени. Во время дождя вода стекает с верхних террас вниз по специальным каналам. Поэтому почва на террасах не размывается и урожай не страдает. Медленный сток воды с вершины склона вниз с террасы на террасу позволяет выращивать даже влаголюбивые культуры. В Юго-Восточной Азии террасное земледелие широко применяется для производства риса, а в Средиземноморье - для выращивания винограда и оливковых деревьев. Возделывание культур на террасах повышает урожайность, но требует тяжелого ручного труда.



Земледелец владеет несколькими участками, один из которых расположен на склоне холма. Ширина участка 50 м, а верхняя точка находится на высоте 16 м от подножия.



1. Земледелец на расчищенном склоне холма выращивает мускатный орех. Какова площадь, отведенная под посевы? Ответ дайте в квадратных метрах.
2. Земледелец решил устроить террасы на своем участке (см. рисунок ниже), чтобы выращивать рис, пшено и кукурузу. Строительство террас возможно, если угол склона (уклон) не больше 50% (тангенс угла склона α , умноженный на 100%). Удовлетворяет ли склон холма этим требованиям? Сколько процентов составляет уклон? Ответ округлите до десятых.



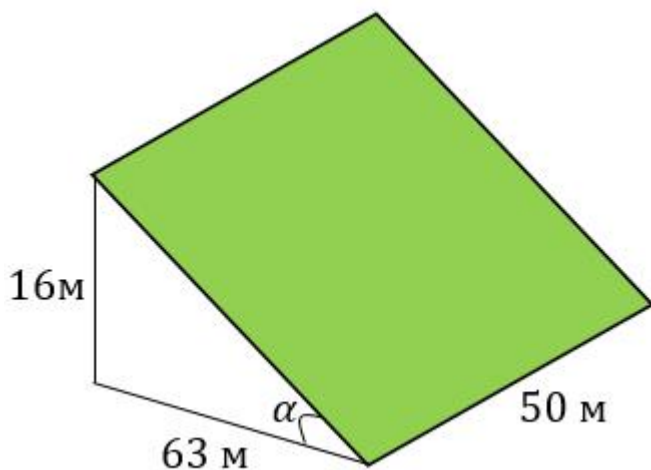
3. На сколько процентов сократилась посевная площадь после того, как земледелец устроил террасы? Ответ округлите до десятых.
4. Земледелец получает 700 г бурого риса с одного квадратного метра засеянной площади. При шлифовке из бурого риса получается белый рис, но при этом теряется 14% массы. Сколько килограммов белого риса получит земледелец со всего своего участка?
5. В таблице дана урожайность культур, которые может засеять земледелец на своем террасированном участке. За год обычно собирают два урожая - летом и осенью. По данным таблицы посчитайте наибольшее число килограммов урожая, которое может собрать земледелец с участка за один год, если он может засеять разные культуры.

	Рис	Кукуруза	Пшено

1-й урожай (июнь)	700 г/м ²	600 г/м ²	не выращивают
2-й урожай (сентябрь)	600 г/м ²	не выращивают	650 г/м ²

Решение:

1. Земледелец на расчищенном склоне холма выращивает мускатный орех. Какова площадь, отведенная под посевы? Ответ дайте в квадратных метрах.



Терраса имеет форму прямоугольника. Его длина известна и равна 50 м. А вот ширину нужно найти. Треугольник со сторонами 16 м и 63 м, который можно увидеть на чертеже, является прямоугольным, т.к. в описании к задаче говорится, что высота равна 16 м (...*верхняя точка находится на высоте 16 м от подножия*). По теореме Пифагора находим третью сторону этого треугольника. Она и будет шириной прямоугольника.

$$\text{Ширина} = \sqrt{16^2 + 63^2} = \sqrt{4225} = 65$$

Теперь найдем площадь террасы, длину умножив на ширину: $50 \cdot 65 = 3\,250 \text{ м}^2$.

Ответ: 3 250.

2. Земледелец решил устроить террасы на своем участке (см. рисунок ниже), чтобы выращивать рис, пшено и кукурузу. Строительство террас возможно, если угол склона (уклон) не больше 50% (тангенс угла склона α , умноженный на 100%). Удовлетворяет ли склон холма этим требованиям? Сколько процентов составляет уклон? Ответ округлите до десятых.

Цель этой задачи: найти тангенс угла α и представить его значение в процентах.

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\text{противолежащий катет}}{\text{прилежащий катет}} = \frac{16}{63}$$

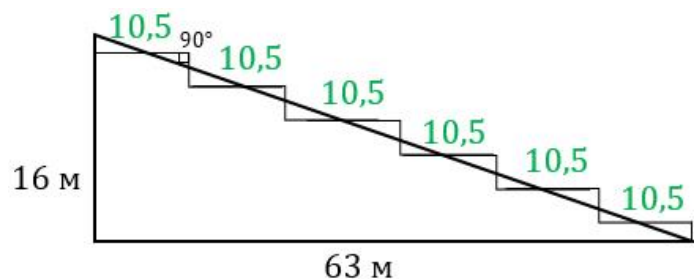
Чтобы перевести дробь в проценты надо эту дробь умножить на 100.

$$16/63 \cdot 100 = 1600/63 \approx 25,396\% \approx 25,4\%.$$

Ответ: 25,4 (проценты в бланк ответов не пишем).

3. На сколько процентов сократилась посевная площадь после того, как земледелец устроил террасы? Ответ округлите до десятых.

Давайте найдем площадь всех шести террас, которые умещаются на склон. Нетрудно догадаться, что ширина каждой будет равна 10,5 м ($63 : 6 = 10,5$). Тогда площадь одной террасы равна $10,5 \cdot 50 = 525 \text{ м}^2$, а площадь всех шести террас - $525 \cdot 6 = 3150 \text{ м}^2$.



$$3250 - 100\%$$

$$3150 - x\%$$

$$\frac{3250}{3150} = \frac{100}{x}$$

$$x = \frac{3150 * 100}{3250} = 96 \frac{12}{13} \%$$

Посевная
площадь
склона
изначально
была равна
3 250

м^2 (задача 1), а стала 3150 м^2 . Обозначим 3250 м^2 за 100%, а 3150 м^2 за $x\%$. Составим и решим пропорцию:

Осталось найти на сколько процентов уменьшалась площадь и округлить результат.

$$100\% - 96 \frac{12}{13} \% = 3 \frac{1}{13} \approx 3,1\%$$

Ответ: 3,1.

4. Земледелец получает 700 г бурого риса с одного квадратного метра засеянной площади. При шлифовке из бурого риса получается белый рис, но при этом теряется 14% массы. Сколько килограммов белого риса получит земледелец со всего своего участка?

Если с 1 м^2 собирают 700 г бурого риса, то с 3150 м^2 соберут $3150 \cdot 700 = 2205000 \text{ г} = 2205 \text{ кг}$ бурого риса. При шлифовке бурый рис потеряет 14% массы, т.е. останется 86%.

Теперь, чтобы узнать сколько получится белого риса, надо найти 86% от 2205 кг (часть от числа): $2205 \cdot 0,86 = 1896,3 \text{ кг}$ белого риса. Ответ: 1896,3.

5. В таблице дана урожайность культур, которые может засеять земледелец на своем террасированном участке. За год обычно собирают два урожая - летом и осенью. По данным таблицы посчитайте наибольшее число килограммов урожая, которое может собрать земледелец с участка за один год, если он может засевать разные культуры.

	Рис	Кукуруза	Пшено
1-й урожай (июнь)	700 г/м ²	600 г/м ²	не выращивают
2-й урожай (сентябрь)	600 г/м ²	не выращивают	650 г/м ²

Для максимального урожая выгодно в июне вырастить рис, а в сентябре - пшено.

Из задания 3 нам известно, что посевная площадь равна 3150 м^2 , значит урожая с нее можно собрать

$$700 \cdot 3\,150 + 650 \cdot 3\,150 = 4\,252\,500 \text{ г} = 4\,252,5 \text{ кг}$$

Ответ: 4252,5.

Задачи на движения.

Расстояние между городами А и В равно 730 км. Из города А в город В выехал первый автомобиль, а через два часа после этого навстречу ему из города В выехал со скоростью 85 км/ч второй автомобиль. Найдите скорость первого автомобиля, если автомобили встретились на расстоянии 390 км от города А. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: 65 км/ч.

Из одной точки круговой трассы, длина которой равна 21 км, одновременно в одном направлении стартовали два автомобиля. Скорость первого автомобиля равна 120 км/ч, и через 45 минут после старта он опережал второй автомобиль на один круг. Найдите скорость второго автомобиля. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: 92 км/ч.

Из городов А и В навстречу друг другу одновременно выехали мотоциклист и велосипедист. Мотоциклист приехал в В на 12 часов раньше, чем велосипедист приехал в А, а встретились они через 2 часа 30 минут после выезда. Сколько часов затратил на путь из В в А велосипедист?

Ответ: 15.

Первые 550 км автомобиль ехал со скоростью 110 км/ч, следующие 150 км - со скоростью 50 км/ч, а последние 180 км - со скоростью 60 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути.

Ответ: 80 км/ч.

Из города А в город Б выехал автомобилист, через 3 часа навстречу ему выехал мотоциклист со скоростью 60 км/ч. Автомобилист и мотоциклист встретились на расстоянии 350 км от города А. Расстояние между городами А и Б равно 470 км. Найдите скорость автомобилиста.

Решение:

1. Обозначим скорость автомобилиста как x .

Автомобилист и мотоциклист встретились на расстоянии 350 км от города А. Следовательно, автомобилист проехал 350 км, а мотоциклист $470 - 350 = 120$ км.

Составим таблицу:

	S	v	t
Автомобилист	350	x	$350/x$
Мотоциклист	$470 - 350 = 120$	60	$120/60$

2. Составим уравнение на основании таблицы и условий задачи.

Из условий задачи известно, что автомобилист ехал на 3 часа дольше, чем мотоциклист (пользуемся первым правилом, которое разбирали при решении задач на движение вдогонку).

Следовательно:

$$\begin{aligned} 350/x &= 120/60 + 3 \\ 350/x &= 5 \end{aligned}$$

Решаем полученное уравнение:

$$\begin{aligned} 5x &= 350 \\ x &= 70 \end{aligned}$$

3. Возвращаемся к условиям задачи. Нам необходимо было найти скорость автомобилиста, которую мы обозначали за x . Следовательно, скорость автомобилиста равна 70 км/ч.

Ответ: 70 км/ч.

Катер прошел против течения реки 160 км/ч и вернулся в пункт отправления, затратив времени на обратный путь на 8 часов меньше. Найдите скорость катера в неподвижной воде, если известно, что скорость течения реки равна 5 км/ч.

Решение:

1. Обозначим собственную скорость катера – x .

Составим таблицу:

	S	v	t
Туда (против течения)	160	$x - 5$	$160 / (x - 5)$
Обратно (по течению)	160	$x + 5$	$160 / (x + 5)$

2. На основании таблицы и условий задачи составим уравнение.

По условиям задачи известно, что время, затраченное на путь по течению реки, на 8 часов меньше, чем время, затраченное на путь против течения реки (пользуемся первым правилом, которое разбирали при решении задач на движение вдогонку). Соответственно:

$$160 / (x + 5) + 8 = 160 / (x - 5)$$

Решаем данное уравнение. Для этого приводим дроби к общему знаменателю:

$$\begin{aligned} (160(x - 5) + 8(x - 5)(x + 5) - 160(x + 5)) / (x - 5)(x + 5) &= 0 \\ (160x - 800 + (8x - 40)(x + 5) - 160x - 800) / (x - 5)(x + 5) &= 0 \end{aligned}$$

Умножаем обе части уравнения на $(x - 5)(x + 5)$:

$$-1600 + 8x^2 + 40x - 40x - 200 = 0$$

$$8x^2 - 1800 = 0$$

$$8x^2 = 1800$$

$$x^2 = 225$$

$$x_{1,2} = \pm 15$$

3. Возвращаемся к условию задачи. Нам необходимо было найти собственную скорость катера, которую мы обозначили за X . Так как скорость не может быть отрицательной, то $x_1 = -15$ противоречит условию задачи. Следовательно, собственная скорость катера равна 15 км/ч.

Ответ: 15 км/ч.

Расстояние между городами А и В равно 750 км. Из города А в город В со скоростью 50 км/ч выехал первый автомобиль, а через три часа после этого навстречу ему из города В выехал со скоростью 70 км/ч второй автомобиль. На каком расстоянии от города А автомобили встретятся?

Решение.

Пусть x км — искомое расстояние, $x > 0$.

Составим таблицу по данным задачи:

	Скорость, км/ч	Время, ч	Расстояние, км
Первый автомобиль	50	$\frac{x}{50}$	x
Второй автомобиль	70	$\frac{750 - x}{70}$	$750 - x$

Так как второй автомобиль вышел на 3 ч. позже первого, составим уравнение:

$$\frac{x}{50} - \frac{750 - x}{70} = 3 \Leftrightarrow 7x - 3750 + 5x = 1050 \Leftrightarrow 12x = 4800 \Leftrightarrow x = 400$$

Ответ: 400 км.

Моторная лодка прошла 36 км по течению реки и вернулась обратно, потратив на весь путь 5 часов. Скорость течения реки равна 3 км/ч. Найдите скорость лодки в неподвижной воде.

Решение.

Обозначим x км/ч искомую скорость, $x > 2$. По течению реки лодка двигалась $\frac{36}{x+3}$ ч., а против течения $\frac{36}{x-3}$ ч.

Составим уравнение: $\frac{36}{x-3} + \frac{36}{x+3} = 5$.

Решим его: $\frac{36}{x-3} + \frac{36}{x+3} = 5 \Leftrightarrow \frac{72x}{(x-3)(x+3)} = 5 \Leftrightarrow \begin{cases} 5x^2 - 72x - 45 = 0, \\ x^2 - 9 \neq 0. \end{cases}$

Корни квадратного уравнения: 15 и -0,6. Но скорость лодки $x > 2$, следовательно, она равна 15 км/ч.

Ответ: 15 км/ч.

Из пункта A в пункт B , расположенный ниже по течению реки, отправился плот. Одновременно навстречу ему из пункта B вышел катер. Встретив плот, катер сразу повернул и поплыл назад. Какую часть пути от A до B пройдет плот к моменту возвращения катера в пункт B , если скорость катера в стоячей воде вчетверо больше скорости течения реки?

Решение.

Пусть скорость течения реки (и плота) x км/ч. Тогда скорость катера против течения равна $4x - x = 3x$ км/ч, а по течению $4x + x = 5x$ км/ч. Следовательно, скорость катера против течения в 3 раза больше скорости плота, а по течению — в 5 раз больше скорости плота. Если плот до встречи проплыл S км, то катер — в 3 раза больше, т. е. $3S$ км. После встречи катер

пройдет $3S$ км, а плот — в 5 раз меньше, т. е. $\frac{3S}{5}$ км. Всего плот пройдет $S + \frac{3S}{5} = \frac{8S}{5}$.

$$\frac{\frac{8S}{5}}{4S} = \frac{2}{5}.$$

Отношение пройденного плотом пути ко всему пути равно $\frac{2}{5}$.

Приведём другое решение. Пусть скорость течения реки (и плота) x км/ч. Тогда скорость катера против течения равна $4x - x = 3x$ км/ч, а по течению $4x + x = 5x$ км/ч. Скорость сближения

катера и плота равна $x + 3x = 4x$ км/ч. Встреча произошла через $\frac{AB}{4x}$ ч. За это время плот проплыл расстояние, равное $x \cdot \frac{AB}{4x} = \frac{AB}{4}$, а катер — $\frac{3AB}{4}$.

Обратный путь катер пройдет за $\frac{\frac{3AB}{4}}{5x} = \frac{3AB}{20x}$ ч. Плот за это время проплывет расстояние, равное $x \cdot \frac{3AB}{20x} = \frac{3AB}{20}$, а всего он проплывет $\frac{AB}{4} + \frac{3AB}{20} = \frac{2AB}{5}$.

Ответ: плот пройдет $\frac{2}{5}$ всего пути.

Два мотоциклиста стартуют одновременно в одном направлении из двух диаметрально противоположных точек круговой трассы, длина которой 20 км. Через сколько минут мотоциклисты поравняются в первый раз, если скорость одного из них на 15 км/ч больше скорости другого?

Решение.

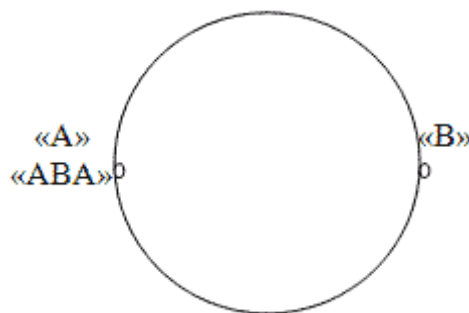


Рисунок 1

При одновременном старте мотоциклист, стартовавший из “А”, проехал на полкруга больше, стартовавший из “В”. То есть на 10 км. При движении двух мотоциклистов в одном направлении скорость удаления $v = v_1 - v_2$. По условию задачи $v = 15 \text{ км/ч} = \frac{15}{60} \text{ км/мин} = \frac{1}{4} \text{ км/мин}$ – скорость удаления. Находим время, через которое мотоциклисты поравняются в первый раз.

$$10 : \frac{1}{4} = 40 \text{ (мин)}.$$

Ответ: 40 мин.

Два гонщика участвуют в гонках. Им предстоит проехать 60 кругов по кольцевой трассе протяжённостью 3 км. Оба гонщика стартовали одновременно, а на финиш первый пришёл раньше второго на 10 минут. Чему равнялась средняя скорость второго гонщика, если известно, что первый гонщик в первый раз обогнал второго на круг через 15 минут? Ответ дайте в км/ч.

Решение.

Первый обогнал второго на 3 км за четверть часа, это значит, что скорость удаления (сближения) гонщиков равна $3 : \frac{1}{4} = 12$ км/ч. Обозначим скорость второго гонщика x км/ч, тогда скорость первого $(x + 12)$ км/ч. Составим и решим уравнение:

$$\frac{180}{x} - \frac{180}{x+12} = \frac{1}{6} \Leftrightarrow \frac{180x + 180 \cdot 12 - 180x}{x(x+12)} = \frac{1}{6} \Leftrightarrow x^2 + 12x = 180 \cdot 12 \cdot 6$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 12x - 108 \cdot 120 = 0 \Leftrightarrow x^2 - (108 - 120)x + 108 \cdot (-120) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -120, \\ x = 108. \end{cases}$$

Таким образом, скорость второго гонщика равна 108 км/ч.

Ответ: 108.

Решение задач на проценты

1. Сколько составляют:

а) 6% от 54; б) 112% от 45; в) 75% от b ?

2. Найди число, если:

а) 70% его составляют 9,8; б) $7\frac{1}{5}\%$ его составляют 18; в) 400% составляют k .

3. На сколько процентов 19 меньше, чем 95?

На сколько процентов 95 больше, чем 19?

4. Фермеры решили засеять ячменём 45% поля площадью 80 га. В первый день было засеяно 15 га. Какую площадь поля ещё осталось засеять ячменём?

5. В бочке было 200 л воды. Из неё взяли сначала 60% воды, а потом ещё 35% остатка. Сколько воды осталось в бочке?

6. Как изменится число, если его сначала увеличить на 55%, затем увеличить на 35%, а потом увеличить на 20%?

1. а) $54 \cdot 0,06 = 3,24$; б) $45 \cdot 1,12 = 50,4$; в) $b \cdot 0,75 = 0,75b$.

2. а) $9,8 : 0,7 = 14$; б) $18 : \frac{36}{500} = 250$; в) $k : 4 = \frac{k}{4} = \frac{1}{4}k$.

3. 20%; 80%; 500%; 400%.

4.1) $80 \cdot 0,45 = 36$ (га) — необходимо засеять.

2) $36 - 15 = 21$ (га)

Ответ: осталось засеять 21 га.

5. $200 \cdot 0,4 = 80$ (л) — осталось после первого раза.

$80 \cdot 0,65 = 52$ (л)

Ответ: осталось 52 л воды.

6. $a \cdot 1,55a \cdot 1,6 \cdot 1,55a \cdot 1,6 \cdot 0,8 = 1,984a$ $198,4\% - 100\% = 98,4\%$.

При оплате услуг через платежный терминал взимается комиссия 5%. Терминал принимает суммы кратные 10 рублям. Николай хочет положить на счёт своего мобильного телефона не меньше 300 рублей. Какую минимальную сумму он должен положить в приемное устройство данного терминала?

Решение.

$300 \cdot 0,05 = 15$ (руб.) — составляет комиссия

$300 + 15 = 315$ (руб.) — сумма вместе с комиссией

Чтобы сумма была кратна 10, то на счёт надо положить 320 рублей.

Формула сложного процента — это формула, по которой рассчитывается итоговая сумма с учётом начисления процентов.

В книжном магазине энциклопедию по физике стоимостью 380 рублей уценили дважды на одно и то же число процентов. Найти это число, если известно, что после двойного снижения цен энциклопедия стоит 307 рублей 80 копеек.

Решение.

$380 \cdot (1 - 0,01p)^2 = 307,8$ $(1 - 0,01p)^2 = 0,81$ $1 - 0,01p = 0,9$

$$0,01p=0,1 \quad p=10$$

Ответ: на 10%.

Цену на автомобиль «Волга» снизили сначала на 20%, а затем ещё на 15%. При этом он стал стоить 238000 рублей. Какова была первоначальная цена автомобиля?

Решение.

Пусть первоначальная стоимость автомобиля равна x рублей.

$$x \cdot (1-0,2) \cdot (1-0,15) = 238000$$

$$0,8 \cdot 0,85 \cdot x = 238000$$

$$0,68 \cdot x = 238000$$

$$x = 238000 : 0,68$$

$$x = 350000 \text{ (первоначальная цена автомобиля)}$$

Ответ: 350000 рублей.

Цену товара уменьшили на 50%, потом на 30%, потом на 20%. На сколько % уменьшилась цена товара?

Решение.

Пусть первоначальная цена равна x рублей.

$$x \cdot (1-0,5) \cdot (1-0,3) \cdot (1-0,2) = 0,5 \cdot 0,7 \cdot 0,8 \cdot x = 0,28 \cdot x$$

$$0,28 \cdot x = x \cdot (1-0,72), \text{ то есть цена товара уменьшилась на } 72\%.$$

Ответ: на 72%.

До снижения цен книга в киоске стоила 120 рублей. Вычислите цену книги после двух последовательных снижений, если первое снижение было на 10%, а второе на 5%.

Решение.

$$120 \cdot (1-0,1) \cdot (1-0,05) = 120 \cdot 0,9 \cdot 0,95 = 102,6 \text{ (руб.)} \quad - \quad \text{составляет цена книги после двух последовательных снижений.}$$

Ответ: 102,6 рубля.

После снижения цен в магазине на 30% свитер стал стоить 2100 рублей. Сколько стоил свитер до снижения цен?

Решение.

Пусть свитер стоил x рублей.

$$x \cdot (1-0,3) = 2100$$

$$x \cdot (1-0,3) = 2100$$

$$0,7x=2100$$

$$x=3000 \text{ (стоил свитер до снижения цен)}$$

Ответ: 3000 рублей.

Вкладчик положил некоторую сумму на вклад «Доверительный» в Сбербанк России. Через два года вклад достиг 16854 рубля. Каков был первоначальный вклад при 6% годовых?

Решение.

Пусть первоначальный вклад равен x рублей.

$$x \cdot (1+0,06) \cdot (1+0,06) = 16854$$

$$1,06 \cdot 1,06 \cdot x = 16854$$

$$1,1236x = 16854$$

$$x = 15000 \text{ (первоначальный вклад)}$$

Ответ: 15000 рублей.

На сколько % 5 больше 4?

Решение.

$$5:4=1,25, \text{ значит, } 5=4 \cdot (1+0,25), \text{ то есть } 5 \text{ больше } 4 \text{ на } 25\%. \text{ **Ответ: на } 25\%.**$$

На сколько % 4 меньше 5?

Решение.

$$4:5=0,8, \text{ значит, } 4=5 \cdot (1-0,2), \text{ то есть число } 4 \text{ меньше числа } 5 \text{ на } 20\%.$$

Ответ на 20%.

Задачи на процентное содержание, концентрацию и процентный раствор

Чтобы решать задачи на растворы и концентрацию, необходимо четко понимать, что называется концентрацией раствора.

Концентрация раствора – это часть, которую составляет масса растворённого вещества от массы всего раствора.

Килограмм соли растворили в 9 л воды. Чему равна концентрация полученного раствора?

Решение.

1 кг – масса растворённого вещества (соли)

9 кг – масса воды в растворе

$$9 + 1 = 10 \text{ (кг) – общая масса раствора.}$$

Ответ: 10%.

Сколько соли получится при выпаривании 375 граммов 12%-го раствора?

Решение.

Чтобы найти массу выпаренной соли из раствора, умножим общую массу раствора на процент концентрации

$$375 \cdot 0,12 = 45(\text{г})$$

Ответ: 45 г.

Имеются два сплава с разным содержанием золота. В первом сплаве содержится 30%, а во втором – 55% золота. В каком отношении надо взять первый и второй сплавы, чтобы получить из них новый сплав, содержащий 40% золота.

Решение. Пусть x – масса первого сплава, y – масса второго сплава. Тогда количество золота в первом сплаве составляет $0,3x$, а во втором сплаве $0,55y$. Масса нового сплава равна $x+y$, а количество золота в нем составляет $0,4(x+y)$.

Получим уравнение $0,3x+0,55y = 0,4(x+y)$. Преобразуем уравнение, получим:

$$30x+55y = 40x+40y$$

$$6x+11y = 8x+8y, 3y = 2x \quad x : y = 3 : 2.$$

Ответ: 3 : 2.

Смешали 30%-й раствор соляной кислоты с 10%-ым раствором и получили 600 г 15%-го раствора. Сколько граммов каждого раствора надо было взять?

Решение.

Обозначим массу первого раствора через x , тогда масса второго равна $(600 - x)$. Составим уравнение:

$$30x + 10 \cdot (600 - x) = 600 \cdot 15$$

$$30x+6000-10x=9000$$

$$20x=3000$$

$$x = 150$$

Надо взять 30% раствора 150 г, а 10% раствора надо взять 450 г.

Ответ: 150 г, 450 г.

Задачи на работу и производительность.

Один насос работал 4 часа, выкачивая 158 вёдер воды в час, а другой — 3 часа, выкачивая 169 вёдер воды в час. Определить какой из насосов выкачал больше вёдер.

Решение

Определим сколько всего вёдер выкачал каждый насос по отдельности. Для этого умножим их производительность на время их работы:

$$158 \text{ в/ч} \times 4 = 632 \text{ вёдер выкачал первый насос}$$

$$169 \text{ в/ч} \times 3 = 507 \text{ вёдер выкачал второй насос}$$

$$632 > 507$$

Ответ: первый насос выкачала больше вёдер, чем второй.

Одна труба наполняет бассейн за 6 ч, а другая – за 4 ч. За сколько часов наполняют бассейн обе трубы, работая вместе?

Решение

Обозначим работу (наполнение бассейна) через единицу

$$A = 1$$

Тогда первая труба за один час выполнит $\frac{1}{6}$ часть работы, а вторая труба — $\frac{1}{4}$ часть работы.

Работая вместе за один час они выполняют $\frac{1}{6} + \frac{1}{4}$ часть работы:

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{4} = \frac{2+3}{12} = \frac{5}{12}$$

Определим время за которое обе трубы наполняют бассейн, работая вместе:

$$t = \frac{A}{v} = \frac{1}{\frac{5}{12}} = \frac{1 \times 12}{5} = \frac{12}{5} = 2,4$$

2,4 это два целых часа и четыре десятых часа

$$2,4 = 2 \text{ ч} + 0,4 \text{ ч}$$

А четыре десятых часа это 24 минуты

$$60 \text{ мин.} \times 0,4 = 24 \text{ мин.}$$

Ответ: работая вместе обе трубы наполнят бассейн за 2 ч 24 мин.

Первый рабочий выполняет заказ из 120 деталей на 2 часа быстрее, чем второй. Также известно, что первый рабочий делает на 3 детали в час больше, чем второй. Сколько деталей в час изготавливает первый рабочий?

Решение:

1. Составим таблицу на основании условий задачи. Производительность первого рабочего примем за X. Тогда производительность второго рабочего будет $x - 3$, так как второй рабочий делает на 3 детали в час меньше первого. Время выполнения всей работы получаем путем деления всей работы на производительность.

	A	p	t
Рабочий 1	120	x	120/x
Рабочий 2	120	x-3	120/(x-3)

2. Также

из условий задачи нам известно, что всю работу (120 деталей) первый рабочий выполняет быстрее, чем второй на 2 часа. Следовательно, получаем следующее равенство:

$$\frac{120}{x} + 2 = \frac{120}{x-3}$$

Решаем полученное уравнение. Для этого приводим все дроби к общему знаменателю:

$$120(x-3) + 2x(x-3) = 120x$$

$$120x - 360 + 2x^2 - 6x - 120x = 0$$

$$2x^2 - 6x - 360 = 0$$

Делим обе части уравнения на 2:

$$x^2 - 3x - 180 = 0$$

$$D = 729$$

$$x_1 = 15$$

$$x_2 = -12$$

3. Возвращаемся к условиям задачи. Нам нужно было найти, сколько деталей изготавливает первый рабочий. Именно эту величину мы обозначали за X . X_2 нам не подходит по смыслу задачи. Следовательно, первый рабочий изготавливает 15 деталей в час.

Ответ: 15 деталей в час

Рабочие прокладывают тоннель длиной 500 метров, ежедневно увеличивая норму прокладки на одно и то же число метров. Известно, что за первый день рабочие проложили 3 метра тоннеля. Определите, сколько метров тоннеля проложили рабочие в последний день, если вся работа была выполнена за 10 дней.

Решение.

Пусть рабочие в первый день проложили a_1 метров тоннеля, во второй — a_2 , ..., в последний — a_{10} метров тоннеля. Длина тоннеля $S_n = 500$ метров. $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2}n$, $n = 10$ дней. Тогда в последний день рабочие проложили

$$a_{10} = \frac{2S_n}{n} - a_1 = \frac{1000}{10} - 3 = 97 \text{ метров.}$$

Таким образом, рабочие в последний день проложили 97 метров тоннеля.

Ответ: 97.

Руслану надо решить 420 задач. Ежедневно он решает на одно и то же количество задач больше по сравнению с предыдущим днем. Известно, что за первый день Руслан решил 13 задач. Определите, сколько задач Руслан решил в последний день, если со всеми задачами он справился за 12 дней.

Сначала разберемся, какие сведения содержит в себе условие. Похоже, фраза “на одно и то же количество задач больше” говорит о том, что мы имеем дело с прогрессией. Общий объем работы, предстоящий Руслану – это сумма прогрессии. 13 задач, решенных в первый день – это первый член нашей прогрессии. Ну и 12 дней, отведенных на это сложное дело – это количество членов прогрессии.

Найти надо количество задач, решенных в последний день – то есть 12 член прогрессии.

$a_n = a_1 + (n-1)d$ – в формуле n -ного члена нам неизвестна разность этой прогрессии. Поэтому воспользуемся суммой:

$$S_{12} = \frac{2a_1 + (n-1)d}{2} \quad n = \frac{2(13) + 11d}{2} \quad 12 = 420$$

$$(26 + 11d)6 = 420$$

$$26 + 11d = 70$$

$$11d = 44$$

$$d = 4$$

Находим 12 член прогрессии:

$$a_n = a_1 + (n-1)d = 13 + 11 \times 4 = 57$$

Ответ: 57

В геометрической прогрессии сумма первого и второго членов равна 75, а сумма второго и третьего членов равна 150. Найдите первые три члена этой прогрессии.

В ответе запишите первый, второй и третий члены прогрессии без пробелов.

Пусть a — первый член, а q — знаменатель прогрессии.

По условию, $b_2 + b_3 = 2(b_1 + b_2)$.

$$b_2(1 + q) = 2b_1(1 + q)$$

Значит, $q = 2$.

Тогда $b_1 + 2b_1 = 75$, поэтому $b_1 = 25$.

Первый, второй и третий члены прогрессии равны 25, 50 и 100.

Ответ: 2550100

Геометрическая прогрессия задана условием $b_n = 160 \cdot 3^n$. Найдите сумму первых её 4 членов.

Найдём знаменатель геометрической прогрессии:

$$q = \frac{b_{n+1}}{b_n} = \frac{160 \cdot 3^{n+1}}{160 \cdot 3^n} = 3.$$

Первый член данной прогрессии равен $b_1 = 160 \cdot 3^1 = 480$. Сумма первых k членов геометрической прогрессии может быть найдена по формуле:

$$S_k = \frac{b_1(1-q^k)}{1-q}$$

Получим: $S_4 = \frac{480 \cdot (1-3^4)}{1-3} = \frac{480 \cdot (1-81)}{-2} = \frac{480 \cdot (-80)}{-2} = 19200$.

Выписаны первые несколько членов геометрической прогрессии: $-1024; -256; -64; \dots$ Найдите сумму первых 5 её членов.

Найдём знаменатель геометрической прогрессии:

$$q = \frac{b_2}{b_1} = \frac{-256}{-1024} = \frac{1}{4}.$$

Найдём четвёртый и пятый члены прогрессии:

$$b_4 = b_3q = -64 \cdot \frac{1}{4} = -16, \quad b_5 = b_4q = -16 \cdot \frac{1}{4} = -4.$$

Сумма первых пяти первых членов прогрессии
равна $-1024 - 256 - 64 - 16 - 4 = -1364$

Ответ: -1364.